BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – ÍRÁSBELI FORDULÓ, 2010. NOVEMBER 27.

MEGOLDÓKULCS és JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

	3. osztály	4. osztály	5. osztály		6. osztály	7. osztály	8. osztály	
1.	**B C D**	**C E**	**C D**	1.	**A**	**A B C D E**	**C E**	1.
2.	**D E**	**A B C D E**	**A D E**	2.	**A B C D E**	**A B C E**	**C**	2.
3.	**A B C D E**	**B C D E**	**A B C D E**	3.	**A C E**	**B**	**A B C D E**	3.
4.	**C**	**E**	**E**	4.	**D**	**A C**	**B C D**	4.
5.	**E**	**C D E**	**A C**	5.	**A B C D E**	**C D**	**B**	5.
6.	**B C D E**	**B**	**A**	6.	**D**	**B C E**	**B D**	6.
7.	**B**	**E**	**D**	7.	**B**	**B D**	**E**	7.
8.	**D**	**A B C D E**	**A B D**	8.	**B E**	**B**	**A C D**	8.
9.	**B D**	**C D**	**A B D E**	9.	**A B C D E**	**C**	**A B C**	9.
10.	**A B**	**A B E**	**C**	10.	**A B**	**A B D E**	**A B C D E**	10.
11.	**C D**	**B C**	**A D**	11.	**A B C D E**	**A B D**	**A C D E**	11.
12.	**A B C D E**	**D**	**B C D**	12.	**A D**	**B**	**C**	12.
13.	**A B C D E**	**B C E**	**A B C D E**	13.	**B C D**	**D**	**A B**	13.
Max.	*133+16 pont*	*131+16 pont*	*131+16 pont*	*Max.*	*137+16 pont*	*125+16 pont*	*131+16 pont*	*Max.*

3. osztály 14. feladat:

Néhány lehetséges megoldás:

$$100 = 44 + 44 + (44 + 4) : 4$$
$$100 = (4 + 4 + 4) \cdot 4 + 44 + 4 + 4$$
$$100 = 44 + (4 \cdot 4 - 4) \cdot 4 + 4 + 4$$
$$100 = 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5$$
$$100 = 55 + 5 \cdot 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$
$$100 = 55 + (5 + 5) \cdot 5 - 5 + 5 - 5$$
$$100 = 5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 + (5 - 5) \cdot 5$$

Mindkét feladatrészben két-két eltérő helyes megoldásra **4-4 pont** adható. (Összesen **max. 16 pont**.)

5. osztály 14. feladat:

A 2-es és az 5-ös dobáshoz is olyan számot kell hozzáadnunk, amelynek 3-as maradéka 1. Így a másik kocka minden lapjára 1-et vagy 4-et írhatunk. (**8 pont**)
Mivel a kocka mind a 6 lapjára 2-féle számot választhatunk, ez összesen $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$-féle lehetőség. (**8 pont**)

Ha egy csapat nem indokol a fenti módon, és nem adja meg az összes lehetőséget, csak lerajzol néhányat, akkor minden 4 jó megoldásra 1-1 pont adható.
(Összesen **max. 16 pont**.)

4. osztály 14. feladat:

a) 46 golyót. **b)** 51 golyót
c) 66 golyót. **d)** 9 golyót.

Minden helyes válasz **3-3 pont**,
minden helyes indoklás **1-1 pont**.
(Összesen **max. 16 pont**.)

6. osztály 14. feladat:

Négy lehetséges megoldás:

10, 32, 54, 76, 98 — 18, 36, 54, 72, 90
50, 61, 72, 83, 94 — 54, 63, 72, 81, 90

Minden eltérő helyes sorozat **4-4 pont**.
(Összesen **max. 16 pont**.)

7. osztály 14. feladat:

Mivel *a*, *b* és *c* számjegyek, ezért $a + b + c \le 27$, így *a* lehetséges értékei: 1, 2 és 3 (hiszen 4^4 =256 > 27). (**3 pont**)
Ha $a = 1$, az egyenletből $b = c = 0$ adódik. (**2 pont**)
Ha $a = 2$, a $4 = 2 + b + c$ egyenletből $b = 0$ és $c = 2$, vagy $b = 1$ és $c = 1$, vagy $b = 2$ és $c = 0$ adódik. (**4 pont**)
Ha $a = 3$, a $27 = 3 + b + c$ egyenletből a *b* és *c* számjegyekre nem kapunk megoldást. (**3 pont**)
Így **négy helyes megoldás** van: 100, 202, 211, 220. (**4 pont**) (Összesen **max. 16 pont**.)

8. osztály 14. feladat:

Ha $a = 2$ lenne, akkor a legkisebb esetben is $b = 4$, $c = 8$, $d = 16$, $e = 32$ és $f = 64$ lenne, így a hat szám összege már nagyobb lenne 111-nél. Tehát szükségképpen $a = 1$, azaz $b + c + d + e + f = 110$. Hasonlóan kapjuk, hogy $2b \le c$, $4b \le 2c \le d$, $8b \le e$ és $16b \le f$ miatt $b + c + d + e + f \ge b + 2b + 4b + 8b + 16b$, azaz $31b \le 110$, ahonnan *b* értéke 2 vagy 3 (a $b = 3$ eset nem létezik, ekkor *b*, *c*, *d*, *e*, *f* mindegyike 3-mal osztható, így összegük nem lehet 110).
Az eljárást folytatva **három helyes megoldáshoz** jutunk: I. $a = 1,\ b = 2,\ c = 4,\ d = 8,\ e = 16,\ f = 80$,
II. $a = 1,\ b = 2,\ c = 4,\ d = 8,\ e = 24,\ f = 72$, III. $a = 1,\ b = 2,\ c = 4,\ d = 8,\ e = 32,\ f = 64$
Minden különböző helyes megoldás **4-4 pont**, a helyes indoklás **4 pont**. (Összesen **max. 16 pont**.)