

Megyei/körzeti írásbeli forduló

A feladatok megoldásai utáni százalékos értékek azt mutatják, hogy a versenyen résztvevők mekkora hányada jelölte be az adott válaszlehetőséget. A helyes válasz(oka)t vastagítás és szürke háttér jelzi.

3. osztály

1. Pista elhibázta a $11 - 9 + 3$ eredményét. Az alábbiak közül mennyit nem kaphatott így eredménynek?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: Mivel a művelet helyes eredménye 5, ezért csak 5-öt nem kaphatott a hibás számítással.

Helyes válasz(ok): E

2. Melyik az a szám, amelynek ha az ötszöröséhez 13-at adunk, akkor 48-at kapunk?

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

Megoldás: A 13 hozzáadása előtt a szám ötszörösét kaptuk, vagyis $48 - 13 = 35$ -öt. A 35 pedig a 7-nek az ötszöröse. Így a keresett szám a 7.

A megoldást megtalálhatjuk a válaszlehetőségek ellenőrzésével is.

Helyes válasz(ok): C

3. Egy kétjegyű szám egyeseinek helyén álló számjegy háromszor akkora, mint a tízeiseinek a helyén álló számjegy. Ha felcseréljük a jegyeket, akkor egy, az eredetinel 36-tal nagyobb számot kapunk. Az alábbiakból melyik lehet számjegye egy ilyen pozitív számnak?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 9

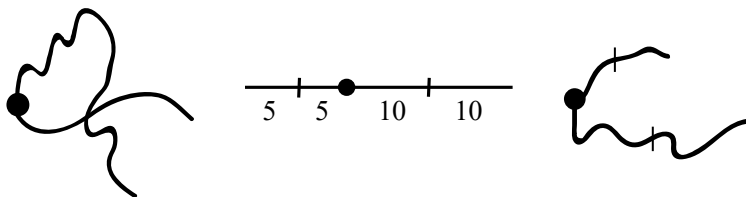
Megoldás: Pontosan három olyan kétjegyű szám van, amelyben az egyesek helyén háromszor akkora számjegy áll, mint a tízesek helyén: 13, 26 és 39. Mivel $31 - 13 = 18$, $62 - 26 = 36$, $93 - 39 = 54$, közülük csak a 26 teljesíti a második feltételt is. Így ez a szám a 2 és 6 számjegyeket tartalmazza.

Helyes válasz(ok): B, D

4. Egy 10 cm és egy 20 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végüknél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót közepe, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 0 cm-re (B) 10 cm-re (C) 15 cm-re (D) 20 cm-re (E) 30 cm-re

Megoldás: A legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe, és összeforrasztáskor éppen egymást érinti a két középpont. Ez esetben a távolság 0 cm (lásd alább balra).



Legtávolabb akkor kerülhet a két felezőpont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a felezőpontok közti távolság $5\text{ cm} + 10\text{ cm} = 15\text{ cm}$ (lásd fentebb középen). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 15 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak a drótoknak egymáshoz képest megfelelően kell görbülniük (lásd fentebb jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C

5. Egy vízilabda-mérkőzés négy darab 8 perces negyedből áll. A mérkőzés digitális időmérője minden negyedben 8 percről számol visszafelé, és 0:00 kijelzésnél ér véget minden negyed (a kijelző percet és másodpercet mutat). Ha az első negyedben a kijelző 5:25-öt mutat, akkor ennek a mérkőzésnek hányadik percében vagyunk?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5. (E) 6.

Megoldás: A 8 percből álló első negyedlet felfoghatjuk 7 perc és 60 másodpercnek is, így az első negyedből eltelt

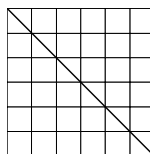
$7\text{ perc } 60\text{ másodperc} - 5\text{ perc } 25\text{ másodperc} = 2\text{ perc } 35\text{ másodperc}$

Tehát már több mint 2 perce tart a mérkőzés, de 3 még nem telt el, vagyis éppen a harmadik perc tart. Így a mérkőzés 3. percében vagyunk.

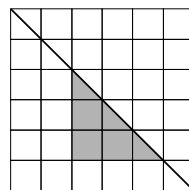
Helyes válasz(ok): B

6. Az itt látható 6×6 -os négyzetrácsnak megrajzoltuk az egyik átlóját. Összesen hány olyan háromszög látható ezen az ábrán, amelynek minden oldala meg van rajzolva?

(A) 2 (B) 30 (C) 36 (D) 42 (E) 49



Megoldás: A 6×6 -os négyzetrácson összesen $7 \cdot 7 = 49$ rácspontra található. Ezek közül 7 helyezkedik el a megrajzolt átlón. Az átlón kívül elhelyezkedő rácspontra mindegyikéhez pontosan egy olyan háromszög tartozik, amelynek egyik oldala az átlón, a másik két oldala pedig rácsegyenesen helyezkedik el. Más háromszög nincs is megrajzolva ezen az ábrán. Vagyis összesen $49 - 7 = 42$ háromszög van erre az ábrára rajzolva.



Helyes válasz(ok): D

7. Kati felbontotta a 12-t négy páratlan szám összegére. Mennyi lehetett e négy szám szorzata az alábbiak közül?

(A) 9 (B) 12 (C) 21 (D) 25 (E) 45

Megoldás: A lehetséges felbontások és a hozzá tartozó szorzatok az alábbiak:

$$\begin{array}{ll} 12 = 1 + 1 + 1 + 9 & 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 = 9 \\ 12 = 1 + 1 + 3 + 7 & 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 = 21 \\ 12 = 1 + 1 + 5 + 5 & 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \\ 12 = 1 + 3 + 3 + 5 & 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \\ 12 = 3 + 3 + 3 + 3 & 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \end{array}$$

Látható, hogy csupán a 12 nem lehetett a négy szám szorzata, amit könnyen megállapíthatunk úgy is, hogy a 12 páros, de négy páratlan szám szorzata mindig páratlan.

Helyes válasz(ok): A, C, D, E

8. A virágüzletben piros, fehér, sárga és bordó tulipánok kaphatók. Ezekből összesen hányféle módon lehet összeállítani 3 szálból álló csokrot, ha egy csokorban ugyanolyan színű tulipánok is lehetnek? Két csokor akkor különböző, ha van olyan színű virág, amiből nem ugyanannyi darab van a két csokorban.

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 16 (E) 20

Megoldás: Soroljuk fel a tulipánok színeinek kezdőbetűivel a lehetséges csokrokat!

ppp fff sss bbb
ppf pps ppb ffp ffs ffb ssp ssf ssb bbp bbf bbf
pfs pfb psb fsb

4 azonos színű csokor, 4 amelyikben mindhárom szál különböző színű és 12 olyan csokor készíthető, amelyben kettő azonos színű.

Így összesen $4 + 4 + 12 = 20$ -féle csokor állítható össze.

Helyes válasz(ok): E

9. Anna a $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 1 = 30$ egyenlőségben áthúzott három számot az előtte lévő összeadás jelével együtt, és így igaz egyenlőséget kapott. (Ha a 9-es számot is áthúzta, akkor előtte nem húzott át összeadás jelet.) Az alábbiakból melyik szám lehetett az áthúzottak közül való?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Megoldás: Jelenleg a baloldali összeg nem 30, hanem 43. Így $43 - 30 = 13$ -mal kell csökkennie az összegnek a három szám áthúzásával. A bal oldalon lévők közül három tagnak az összege a következő esetekben lesz 13:

$$1 + 3 + 9 = 13, \quad 1 + 4 + 8 = 13, \quad 1 + 5 + 7 = 13, \quad 3 + 4 + 6 = 13.$$

Így az áthúzások lehettek a következők:

$$\begin{array}{ll} \cancel{9} + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + \cancel{3} + \cancel{1} = 30 & 9 + \cancel{8} + 7 + 6 + 5 + \cancel{4} + 3 + \cancel{1} = 30 \\ 9 + 8 + \cancel{7} + 6 + \cancel{5} + 4 + 3 + \cancel{1} = 30 & 9 + 8 + 7 + \cancel{6} + 5 + \cancel{4} + \cancel{3} + 1 = 30 \end{array}$$

vagyis mind az öt válaszlehetőség helyes.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D, E

10. Egy elvarázsolt béka úgy ugrál a számegyenesen, hogy az egymást követő ugrásaival felváltva a nagyobb és a kisebb számok irányába ugrik. Első ugrásával a kisebb számok irányába ugrik 1 egységnyit, majd minden ugrása 1-gyel hosszabb az előzőnél. Melyik számról indult ez a béka, ha a 13. ugrásával a 0-ra érkezett?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

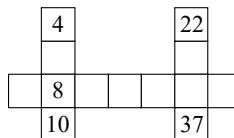
Megoldás: Gondolkozzunk visszafelé!

Az első ugrásával 1-et, a másodikkal 2-t, ..., a 13. ugrásával 13-at ugrik.

Így 0-ra a 13-ról, a 13-ra a $13 - 12 = 1$ -ről, az 1-re az $1 + 11 = 12$ -ről, a 12-re a $12 - 10 = 2$ -ről, a 2-re a $2 + 9 = 11$ -ről, a 11-re a $11 - 8 = 3$ -ról, a 3-ra a $3 + 7 = 10$ -ről, a 10-re a $10 - 6 = 4$ -ről, a 4-re a $4 + 5 = 9$ -ről, a 9-re a $9 - 4 = 5$ -ről, az 5-re az $5 + 3 = 8$ -ról, a 8-ra a $8 - 2 = 6$ -ról, a 6-ra a $6 + 1 = 7$ -ről érkezik. Tehát a 7-ről indult.

Helyes válasz(ok): D

11. Egészítsétek ki a mellékelt ábra négyzeteit számokkal úgy, hogy a sorban balról jobbra és mindkét oszlopban fentről lefelé minden szám egy-egy állandó értékkel legyen nagyobb az előző számnál! Hányas kerülhet így valamelyik négyzetbe?

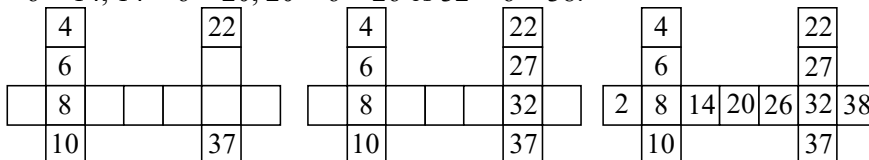


(A) 12 (B) 14 (C) 26 (D) 27 (E) 32

Megoldás: A bal oldali oszlopban a különbség $10 - 8 = 2$, ezért a hiányzó szám a $4 + 2 = 6$.

A jobb oldali oszlopban a 22-től háromszori hozzáadás után jutunk a 37-hez. Mivel $37 - 22 = 15$ és $15 : 3 = 5$, ezért a hiányzó számok a $22 + 5 = 27$ és $27 + 5 = 32$.

Ekkor a vízszintes sorban ismert két szám, a 8 és a 32. Hasonlóan gondolkozva, mivel $32 - 8 = 24$ és $24 : 4 = 6$, ezért a hiányzó számok a $8 - 6 = 2$, $8 + 6 = 14$, $14 + 6 = 20$, $20 + 6 = 26$ és $32 + 6 = 38$.



Tehát a válaszlehetőségek közül a 14, 26, 27 és 32 kerülhet valamelyik négyzetbe.

Helyes válasz(ok): B, C, D, E

12. Az alábbiakból hány olyan egymástól különböző háromjegyű számot írhatott Misi a füzetébe, amely kisebb 500-nál és egyenként a számjegyek összege 20?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Megoldás: A 20 háromjegyű számok összegeként a következőképpen állítható elő:

$$20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5 = 8 + 6 + 6 = 7 + 7 + 6.$$

A feltételeknek megfelelő háromjegyű számok: 299, 389, 398, 479, 488, 497. Így Misi hat vagy akárhány annál kevesebb ilyen számot írhatott a füzetébe.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

13. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat kettesével három csoportba osztottam úgy, hogy mindegyik csoportban ugyanannyi a két szám különbsége (a nagyobb számból vonjuk ki a kisebbet). Mennyi lehet ez a különbség?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: A különbség lehet 1, ha a csoportok (6, 5), (4, 3), (2, 1).

A különbség 3, ha a csoportok (6, 3), (5, 2), (4, 1).

Ha a különbség 2 lenne, akkor a 6-nak és a 2-nek is csak az 4 lehetne a párja, így nem létezik ilyen csoportosítás.

Ha a különbség 4, vagy annál nagyobb volna, akkor a 3-nak nem jutna pár.

Helyes válasz(ok): A, C

4. osztály

1. Legtöbb hány olyan különböző szám adható meg, amelyhez ha hozzáadjuk számjegyeinek összegét, eredményül 2025-öt kapunk?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Megoldás: Két ilyen szám létezik: az 1998 és a 2016. Ezek valóban megfelelőek, hiszen $1998 + 1 + 9 + 9 + 8 = 2025$ és $2016 + 2 + 0 + 1 + 6 = 2025$.

Az 1998-nál kisebb számok esetén a számjegyek összege kevesebb, mint $1 + 9 + 9 + 8 = 27$, így 1997 vagy annál kevesebbhez, ha hozzáadjuk a számjegyei összegét, mindig kisebbet kapunk 1997 + 27 = 2024-nél.

1999 esetén $1999 + 1 + 9 + 9 + 9 = 2027$, tehát ez nem megfelelő.

2000-től 2015-ig minden esetben legfeljebb $2015 + 2 + 0 + 1 + 5 = 2023$ az összeg, így ezek sem megfelelőek.

A 2017-től 2019-ig lévő számok esetén az összeg legalább $2017 + 2 + 0 + 1 + 7 = 2027$.

2020 esetén $2020 + 2 + 0 + 2 + 0 = 2024$, 2021 vagy annál nagyobb számok esetén az összeg legalább $2021 + 2 + 0 + 2 + 1 = 2026$, tehát valóban csak két megfelelő szám létezik.

Így csak az 1998 és a 2016 felel meg a feltételinknek.

Helyes válasz(ok): C

2. Melyik szám felének a negyede 5?

(A) 24 (B) 32 (C) 36 (D) 40 (E) 44

Megoldás: Az 5 a 20-nak a negyede, a 20 pedig a 40-nek a fele. Így a keresett szám a 40.

A megoldást megtalálhatjuk a válaszlehetőségek ellenőrzésével is.

Helyes válasz(ok): D

3. Egy vízilabda-mérkőzés négy darab 8 perces negyedből áll. A mérkőzés digitális időmérője minden negyedben 8 percről számol visszafelé, és 0:00 kijelzésnél ér véget minden negyed (a kijelző percet és másodpercet mutat). Ha a második negyedben a kijelző 2:25-öt mutat, akkor ennek a mérkőzésnek hányadik percében vagyunk?

(A) 11. (B) 12. (C) 13. (D) 14. (E) 15.

Megoldás: A 8 percből álló második negyedet felfoghatjuk 7 perc és 60 másodperccnek is, így a második negyedből eltelt

$7 \text{ perc } 60 \text{ másodperc} - 2 \text{ perc } 25 \text{ másodperc} = 5 \text{ perc } 35 \text{ másodperc}.$

A teljes mérkőzésből az első negyed, vagyis még 8 perc szintén eltelt, vagyis összesen $8 \text{ perc} + 5 \text{ perc } 35 \text{ másodperc} = 13 \text{ perc } 35 \text{ másodperc}.$

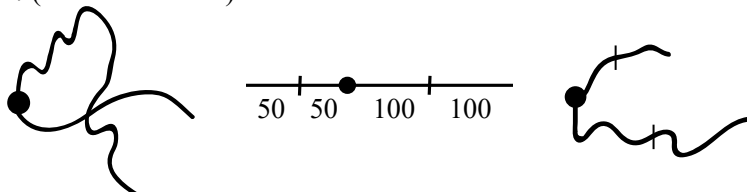
Tehát már több mint 13 perce tart a mérkőzés, de 14 még nem telt el, vagyis éppen a tizennegyedik perc tart. Így a mérkőzés 14. percében vagyunk.

Helyes válasz(ok): D

4. Egy 100 cm és egy 200 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végük-nél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót közepe, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 0 cm-re (B) 130 cm-re (C) 150 cm-re (D) 160 cm-re (E) 180 cm-re

Megoldás: A legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe és összeforrasztáskor éppen egymást érinti a két középpont. Ez esetben a távolság 0 cm (lásd alább balra).



Legtávolabb akkor kerülhet a két felezőpont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a felezőpontok közti távolság $50\text{ cm} + 100\text{ cm} = 150\text{ cm}$ (lásd fent középen). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 150 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak a drótoknak egymáshoz képest megfelelően kell görbülniük (lásd fentebb jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C

5. Egy dobozban 10 piros, 8 sárga, 8 zöld és 7 fekete golyó van; más színű golyó nincs benne. Az alábbiakból hány golyó becsukott szemmel való kiemelésével lehetünk biztosak abban, hogy mindegyik színű golyóból legalább 1 maradt a dobozban?

(A) 4 (B) 6 (C) 9 (D) 24 (E) 27

Megoldás: 7 vagy annál több golyó kiemelésével előfordulhat, hogy az összes feketét kiemeljük, így 7 vagy annál nagyobb válasz hibás. 6 vagy annál kevesebb esetén még a legkisebb számú golyóból is marad legalább 1 a dobozban. Ezért 6 és 4 is jó válasz.

Helyes válasz(ok): A, B

6. Egy 20 emeletes toronyház földszintjén 3 üzlethelység van, lakás pedig nincs. Az első emeleten 3 lakás, és minden más emeleten 4-4 lakás található. A lakásokat alulról felfelé haladva 1-től kezdve, egyesével növekedve számozták úgy, hogy semelyik számot se hagyták ki. Hányadik emeleten található a 46-os számú lakás ebben a toronyházban?

(A) 9. (B) 10. (C) 11. (D) 12. (E) 13.

Megoldás: Módszeresen vegyük sorba, hogy melyik emeleten hányas a legnagyobb sorszámú lakás.

1. emeleten: 3;

2. emeleten: $3 + 1 \cdot 4 = 7$;

3. emeleten: $3 + 2 \cdot 4 = 3 + 8 = 11$;

4. emeleten: $3 + 3 \cdot 4 = 3 + 12 = 15$;

5. emeleten: $3 + 4 \cdot 4 = 3 + 16 = 19$;

6. emeleten: $3 + 5 \cdot 4 = 3 + 20 = 23$;

7. emeleten: $3 + 6 \cdot 4 = 3 + 24 = 27$;

8. emeleten: $3 + 7 \cdot 4 = 3 + 28 = 31$;

9. emeleten: $3 + 8 \cdot 4 = 3 + 32 = 35$;

10. emeleten: $3 + 9 \cdot 4 = 3 + 36 = 39$;

11. emeleten: $3 + 10 \cdot 4 = 3 + 40 = 43$;

12. emeleten: $3 + 11 \cdot 4 = 3 + 44 = 47$;

Mivel a 46-os számú lakás a 43-as és 47-es között található, ezért ez a 12. emeleten van.

Helyes válasz(ok): D

7. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat kettesével öt csoportba osztottam úgy, hogy mindegyik csoportban ugyanannyi a két szám különbsége (a nagyobb számból vonjuk ki a kisebbet). Mennyi lehet ez a különbség?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: Ha a csoportok (10, 9), (8, 7), (6, 5), (4, 3), (2, 1), akkor a különbség 1.

Ha a csoportok (10, 5), (9, 4), (8, 3), (7, 2), (6, 1), akkor a különbség 5.

Ha a különbség 2 volna, akkor a 10-nek csak a 8, és így a 6-nak a 4 lehetne párja, de így a 2-nek nem jutna pár. Így ilyen csoportosítás nem létezik.

Ha a különbség 3 lenne, a 8-nak és a 2-nek is csak az 5 lehetne párja, ezért nem létezik ilyen csoportosítás sem.

Ha a különbség 4 volna, a 9-nek és az 1-nek is csak az 5 lehetne a párja, ezért ilyen csoportosítás sem létezik.

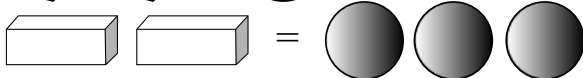
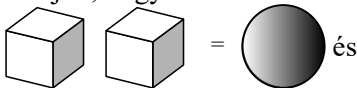
Helyes válasz(ok): A, E

8. Két egyforma építőkocka tömege egyenlő egy golyó tömegével. Két egyforma rúd tömege megegyezik három ugyanolyan golyó tömegével. Hány ilyen építőkocka tömege egyenlő egy ilyen rúd tömegével?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

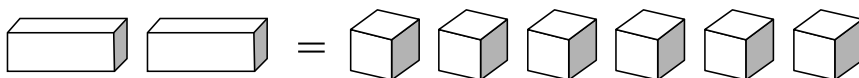
Megoldás: Képzeljük el, hogy ezekből a kockákból, rudakból és golyókból megfelelően sok áll a rendelkezésünkre.

Tudjuk, hogy:



Az első egyenlőség azt mutatja, hogy egy golyó 2 kockára cserélhető. Tegyük ezt meg a második egyenlőségben.

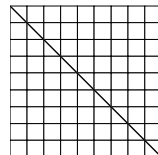
Így ezt látjuk:



Ha viszont 2 rúd tömege 6 kocka tömegével egyenlő, akkor fele annyi rúd, vagyis 1 rúd tömege 3 kocka tömegével egyenlő.

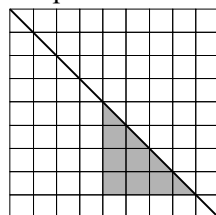
Helyes válasz(ok): C

9. Az itt látható 9×9 -es négyzetrácsnak megrajzoltuk az egyik átlóját. Összesen hány olyan háromszög látható ezen az ábrán, amelynek minden oldala meg van rajzolva?



(A) 2 (B) 72 (C) 81 (D) 90 (E) 100

Megoldás: A 9×9 -es négyzetrácson összesen $10 \cdot 10 = 100$ rácspont található. Ezek közül 10 helyezkedik el a megrajzolt átlón. Az átlón kívül elhelyezkedő rácspontok mindegyikéhez pontosan egy olyan háromszög tartozik, amelynek egyik oldala az átlón, a másik két oldala pedig rácsegyenesen helyezkedik el. Más háromszög nincs is megrajzolva ezen az ábrán. Vagyis összesen $100 - 10 = 90$ háromszög van erre az ábrára rajzolva.



Helyes válasz(ok): D

10. A 2026 olyan szám, amely csak páros számjegyekből áll és számjegyeinek összege 10. Az alábbiakból hány egymástól különböző ilyen tulajdonságú háromjegyű pozitív számot írhatott Misi a füzetébe?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

Megoldás: A 10-et három páros számjegy összegére a következőképpen írhatjuk fel:

$$10 = 8 + 2 + 0 = 6 + 4 + 0 = 6 + 2 + 2 = 4 + 4 + 2.$$

Az előállítható háromjegyű számok rendre: 802, 820, 208, 280, 604, 640, 406, 460, 622, 262, 226, 442, 424, 244, vagyis legfeljebb 14 számot írhatott Misi a füzetébe.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

11. Az itt látható, helyesen végzett összeadásban a különböző betűk különböző számjegyeket, az azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek. Hányast jelölhet itt a C betű?

$$\begin{array}{r} \text{ABC} \\ + \text{CBA} \\ \hline 706 \end{array}$$

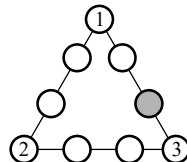
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: A két háromjegyű szám összege háromjegyű, ezért a százask helyén lévők összege $A + C$ kisebb mint 10. Így az egyesek helyén állók összege, ami azonos a százask helyén álló két számjegy összegével biztosan nem eredményez tízes átlépést, ezért $A + C = 6$. Így viszont $B + B$ csakis 10 lehet, hiszen a tízesek helyén állók összege tízesátlépést kell eredményezzen (csak így lehetséges, hogy a százaskok összege nem hat, hanem 7). Ebből adódik,

hogyan $B = 5$. A $C + A = 6$ akkor teljesülhet, ha $A = 2$, $C = 4$ vagy $A = 4$, $C = 2$ ugyanis $A = 0$ nem lehet (háromjegyű szám nem kezdődhet 0-val) és $A = 1$ esetén C értéke 5 kellene legyen, de az már foglalt a B részére és 3 esetén C is 3 kellene legyen, de ezt nem engedik a feltételek. Tehát $C = 2$ és 4 is lehet.

Helyes válasz(ok): B, D

12. Írjátok az ábra számoktól még mentes köreibe a 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok mindegyikét úgy, hogy minden körbe egy szám kerüljön, és a háromszög mindegyik oldala mentén a négy szám összege ugyanannyi legyen! Hányas szám kerülhetett így a szürke körbe?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

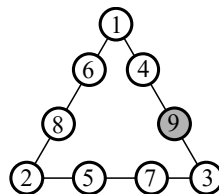
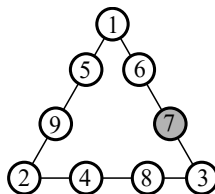
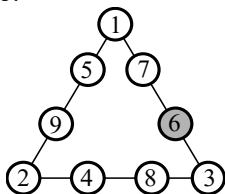
Megoldás: Ha az oldalak mentén elhelyezkedő számokat összeadjuk, akkor a csúcsokban lévőket kétszer számoljuk és az összeg ekkor

$2 \cdot (1 + 2 + 3) + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 51$. Mivel minden oldalon a számok összege ugyanannyi, ez az összeg $51 : 3 = 17$. A szürke kört tartalmazó oldal végén 1 és 3 áll, ezért a szürke és a mellette található üres körben lévő két számnak az összege $17 - 1 - 3 = 13$ kell legyen. A 13-at háromféleképpen bonthatjuk a lehetséges számpárok összegére:

$$13 = 9 + 4 \quad 13 = 8 + 5 \quad 13 = 7 + 6$$

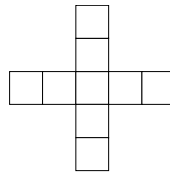
Amennyiben a 8 és 5 kerülne a szürke, illetve a mellette lévő körbe, akkor a vízszintes oldal mentén elhelyezkedő két üres körben az összeg $17 - 2 - 3 = 12$ kellene legyen, amit a 4, 6, 7, 9 számok közül kettőnek az összegeként kellene kapjunk. Csakhogy ezekből bármely két pár összege nem 12. Így a 8 vagy az 5 nem kerülhet a szürke körbe.

A válaszlehetőségek többi értéke viszont igen, amint az az alábbi ábrákon látható.



Helyes válasz(ok): B, C, E

13. Írjátok a mellékelt ábra négyzeteibe az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat (mindegyikbe egyet) úgy, hogy a vízszintesen elhelyezkedő öt négyzetbe írt számok összege kétszerese legyen a függőlegesen elhelyezkedő öt négyzetbe írt számok összegének! Melyik szám kerülhet így a középső négyzetbe?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Megoldás: A beírandó számok összege $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. A beírás után vízszintesen elhelyezkedő számok összege kétszerese a függő-

legesen elhelyezkedők összegének, ezért, ha ezeket az összegeket összeadjuk, akkor olyan számot kapunk, ami 3-nak többszöröse. A középső négyzetbe kerülő szám az összegben kétszer szerepel, a többi szám egyszer. 1-től 9-ig a számok összege többszöröse 3-nak, ezért a középső szám is 3 többszöröse kell legyen. Így oda csak a 3, 6 vagy 9 kerülhet.

Ha a középsőbe a 3 kerül, akkor a függőlegesen elhelyezkedő számok összege $(45 + 3) : 3 = 16$, a vízszintesen elhelyezkedőké pedig $2 \cdot 16 = 32$. Ez megvalósítható, amint az alább a bal oldali ábrán is látható.

		1		
		2		
5	7	3	8	9
		4		
		6		

		1		
		2		
4	7	6	8	9
		3		
		5		

Ha a középső szám a 6, akkor a függőlegesen elhelyezkedő számok összege $(45 + 6) : 3 = 17$, és a vízszintesen elhelyezkedőké $2 \cdot 17 = 34$. Ez is megvalósítható. Ezt fent, a jobb oldali ábrán láthatjuk.

Ha a középső szám 9 volna, akkor a függőlegesen elhelyezkedő számok összege $(45 + 9) : 3 = 18$ kellene legyen, de ekkor függőlegesen az összeg legalább $1 + 2 + 3 + 4 + 9 = 19$, így ez nem lehetséges.

Így középre kerülhet a 3 és a 6 is.

Helyes válasz(ok): B, E

5. osztály

1. Nyolc szám összege 2025. A nyolc összeadandó között ott volt a 998 is. Ha a 998-at 899-re cseréljük, mennyi lesz az összeg?

(A) 1916 (B) 1925 (C) 1926 (D) 1935 (E) 1936

Megoldás: Mivel a csere következményeként $998 - 899 = 99$ -cel csökkent az összeadandók értéke, ezért az összeg is 99-cel kevesebb, vagyis $2025 - 99 = 1926$.

Helyes válasz(ok): C

2. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártyákból négyet választottam, melyekből kiraktam két olyan kétjegyű számot, melyekből egyik a másiknak osztója. Mennyi lehetett e két szám hányadosa?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Megoldás: A hányados lehet 2, 3, 4 és 5 is, ugyanis $26 : 13 = 2$, $36 : 12 = 3$, $52 : 13 = 4$, $65 : 13 = 5$.

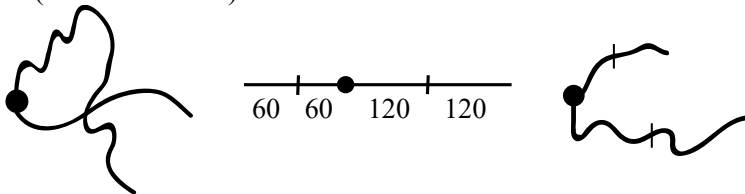
A hányados nem lehet 6, mert a készíthető legnagyobb és legkisebb szám (65 és 12) hányadosa kisebb 6-nál.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

3. Egy 120 cm és egy 240 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végük-nél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót közepe, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 0 cm-re (B) 120 cm-re (C) 160 cm-re (D) 180 cm-re (E) 200 cm-re

Megoldás: A Legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe és összeforrasztáskor éppen egymást érinti a két középpont. Ez esetben a távolság 0 cm. (lásd alább balra).



Legtávolabb akkor kerülhet a két felezőpont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a felezőpontok közti távolság $60 \text{ cm} + 120 \text{ cm} = 180 \text{ cm}$ (lásd fentebb középen). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 180 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak a két drótnak egymáshoz képest megfelelően kell görbülnie (lásd fentebb jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

4. Írjátok be a táblázatba az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat (mindegyik mezőbe mást) úgy, hogy mindegyik sorban, mindegyik oszlopban annyi legyen a három szám szorzata, mint a sor végére, illetve az oszlop alá írt szám. Mennyi lehet a két befestett mezőbe írt szám összege?

			126
			160
			18
24	315	48	

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Megoldás: Az 5 helye egyértelmű, mert csak egy sorban, és csak egy oszlopban osztható a számok szorzata 5-tel (persze ez nem is lehet másképp), ugyanígy találjuk meg a 7 helyét is. Az oszlopok közül csak a középsőben adódó szorzat osztható 9-cel, így a 9 helye is egyértelmű:

	7		126
	5		160
	9		18
24	315	48	

Ezután keressük a 8-as helyét. Ez csak a középső sorban lehet, ott viszont a sor elején és a végén is. A két lehetőség mindegyikét megvizsgálva az alábbi kitöltéseket kapjuk.

3	7	6	126
4	5	8	160
2	9	1	18
24	315	48	

6	7	3	126
4	5	8	160
1	9	2	18
24	315	48	

3	7	6	126
8	5	4	160
1	9	2	18
24	315	48	

A befestett mezőkben álló számok összege így lehet 7, 10, illetve 11.

Helyes válasz(ok): A, D, E

5. Egy öttagú társaságban az emberek mindegyikére igaz, hogy vagy okos vagy ostoba. Az okosak mindig igazat mondanak, az ostobák mindig hazudnak. A társaság tagjai A, B, C, D és E.

- (1) A azt mondja: B ostoba. (2) C azt mondja: D okos.
 (3) E azt mondja: A nem okos. (4) B azt mondja: C okos.
 (5) D azt mondja: A és E közül az egyik okos és a másik ostoba.
 A társaság tagjai közül ki az, aki okos?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

Megoldás: Tegyük fel, hogy A okos. Akkor B ostoba (1), C ostoba (4), D ostoba (2) és E ostoba (5). Tehát A okos és D ostoba, így az (5) állításnál D igazat mond, pedig ő ostoba, így ez ellentmondás. Ezért A ostoba. Ebből következik, hogy B okos (1), C okos (4), D okos (2) és E okos (5).

Helyes válasz(ok): B, C, D, E

6. Gondoltam egy háromjegyű számra, mely az 543, 142 és 562 számok mind-egyikével pontosan egy helyiértéken egyeznek meg. Az alábbiakból melyik számjegy szerepel a gondolt háromjegyű számban?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: Ha a gondolt szám első számjegye 5, akkor a második nem lehet 4 (tekintettel 543-ra), nem lehet 6 (562 miatt), és a harmadik nem lehet 3 (az 543 miatt), nem lehet 2 (562 miatt). Így a gondolt szám nem kezdődhet 5-tel. Hasonló okok miatt a gondolt szám második jegye nem lehet 4, és a harmadik jegy nem lehet 2.

Egy lehetőség maradt: a gondolt szám a 163.

Helyes válasz(ok): A, C

7. Az üres táblára felírtam 10 egymást követő természetes számot. A számok számjegyeinek összege 56. Összesen hány 1-es számjegy lehet így a táblán?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

Megoldás: Lehet 10 db 1-es: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Lehet 12 db 1-es: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110.

A 10 egymást követő szám utolsó számjegyei felsorolják a 10 számjegyet, ezek összege 45. Ezért a 10 szám többi számjegyének összege $56 - 45 = 11$.

A 10 szám mindegyike legalább kétjegyű, hiszen, ha van közöttük egyjegyű, akkor a számok tízes helyiértékén álló számjegyek összege legfeljebb 9, noha ez az összeg 11.

A magasabb helyiértékeken (az egyesnél nagyobb helyiértékeken) álló számjegyek összege 11. A 10 szám közül 9 számban a magasabb helyiértékeken álló számjegyek összege 1, összesen 9, és a 10 szám egyikében 2 ez a számjegyösszeg.

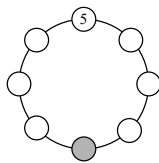
Tehát a 10 szám közül 9 számban a magasabb helyiértékeken találunk 1-1 db 1-es számjegyet, és a tizedik számban a magasabb helyiértékeken vagy egy 2-es, vagy 2 db 1-es van. Az egyesek helyiértékén valamelyik számban (pontosan egy számban) 1-es áll. Ez összesen 10 vagy 12 db 1-es.

Megjegyzés: Módszeres próbálkozással is rátalálhatunk a két jó lehetőségre és utána kizárhatjuk, hogy más lehetőség nincs.

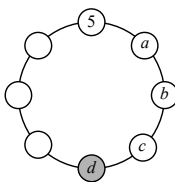
Helyes válasz(ok): B, D

8. Az ábrán a kis körökbe számokat írunk úgy, hogy bármely két egymás melletti szám összege 10 vagy 11. Az egyik körben van az 5. Melyik szám állhat az 5-tel szemközti sötét színű körben?

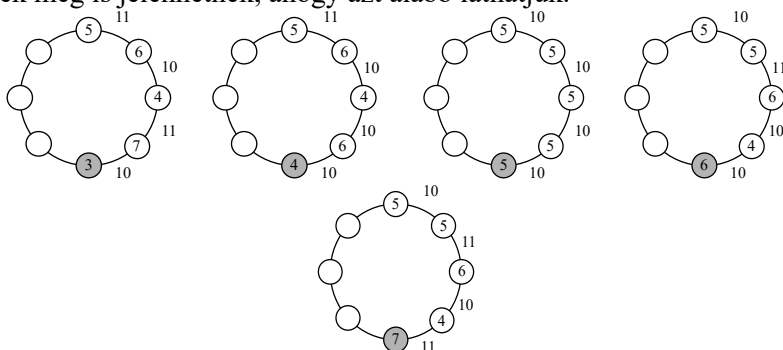
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8



Megoldás: Használjuk az alábbi ábra jelöléseit! Mivel a értéke 5 vagy 6 lehet, így b értéke lehet 4, 5 vagy 6.



c értéke 4, 5, 6 vagy 7, és d értéke 3, 4, 5, 6 vagy 7 lehet, más nem. Ezek az értékek meg is jelenhetnek, ahogy azt alább láthatjuk.



Bal oldalra tükrösen írhatjuk minden esetben a számokat.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

9. Egy iskolai kiránduláson megkérdeztük mind a 32 gyereket, kinek hány osztálytársa van ott. A résztvevők mindegyike igazat mondva válaszolt. Tizen mondták azt, hogy 4 osztálytársa van ott; tizenketten, hogy 3; hatan, hogy 2 és négyen, hogy 1. Összesen hány különböző osztályból érkeztek a gyerekek a kirándulásra?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

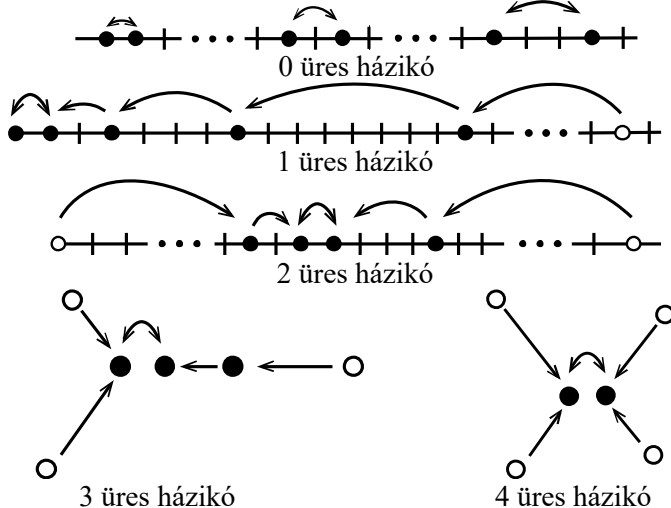
Megoldás: Ha egy gyerek azt mondja, hogy rajta kívül még n osztálytárs volt jelen, akkor az n db osztálytársa is ugyanezt fogja mondani. Tehát a 10 gyerekek, aki 4 osztálytársat jelölt meg, összesen 2 osztályból érkezett, 5-5 egy osztályból. A 12 gyerek, aki 3 osztálytársat jelölt meg, összesen 3 osztályból érkezett, 4-4 egy osztályból. A 6 gyerek, aki 2 osztálytársat jelölt meg, összesen 2 osztályból érkezett, 3-3 egy osztályból. A 4 gyerek, aki 1 osztálytársat jelölt meg, összesen 2 osztályból érkezett, 2-2 egy osztályból. Így összesen $2 + 3 + 2 + 2 = 9$ különböző osztályból érkeztek a gyerekek a kirándulásra.

Helyes válasz(ok): D

10. Kukutyinban a törpök házikói egymástól különböző távolságokra vannak, és minden házikóban egy törp lakik. Minden törp sötétedésre a saját házikójában tartózkodik. Egyik éjszakán ijesztő vihar tört ki, emiatt mindegyik törp átszaladt a hozzá legközelebbi törp házába. Az alábbiakból hány házikó maradhatott üresen ezen az éjszakán, ha a településen összesen 6 házikó van?

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: Nézzük azt a két házikót, melyek távolsága a legkisebb. A két házikó lakói egymáshoz szaladnak át, tehát lesz legalább két házikó melyben lesz törp. Így legfeljebb 4 házikó lehet üres. Így 5 házikó nem maradhatott üresen. Az alábbi ábrák mutatják, hogy a többi lehetőség megvalósulhatott.



Az üres házikók száma lehet 4, 3, 2, 1 vagy 0.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

11. Egy tejjel töltött edény tömege 1470 gramm. Amikor Peti kiitta az edényben lévő tej negyedét, az így megmaradt tejjel együtt mért edény tömege 1170 gramm lett. Hány gramm lehet az üres edény tömege?

(A) 170 g (B) 200 g (C) 270 g (D) 300 g (E) 370 g

Megoldás: A tej negyedének tömege, amit kiivott Peti, $1470g - 1170g = 300g$. Így a tej eredeti teljes tömege $4 \cdot 300g = 1200g$. Ha ezt kivonjuk a tejjel töltött edény tömegéből, éppen a tej nélküli edény tömegét kapjuk, ami így $1470g - 1200g = 270g$.

Helyes válasz(ok): C

12. Az 1, 2, 3, 4, ... számok felírása kígyózó, ha a számokat úgy írjuk sorokba és néhány oszlopba, hogy az első sorban növekedve írom őket, majd a második sorban visszafordulok, így abban a sorban csökkenő sorrendben következnek a számok, a harmadik sorban növekvően, ..., ahogyan az ábra mutatja 4 oszlop esetén. Az első sor növekvő, a második csökkenő, és így váltakozva növekvő és csökkenő sorok követik egymást.

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13

14	13
...	
35	36

Összesen hány oszlopa lehet annak a táblázatnak, amelyben a kígyózó felírásban a 14, 13 számok csökkenő sorban, a 35, 36 számok pedig növekvő sorban vannak, és mindkét számpár számai ugyanazokban az oszlopokban vannak?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Megoldás: Elegendő ellenőrizni a válaszlehetőségeket.

Alább látható, hogy 4, 8 vagy 12 oszlopa lehet a táblázatnak.

Ha az oszlopok száma 6, akkor a 13 és 14 a várakozással szemben növekvő sorban fog állni.

Ha az oszlopok száma 10, akkor a 35, 36 számok a negyedik sorban vannak. A negyedik sor csökkenő sor, ami nem megfelelő.

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13
17	18	19	20
24	23	22	21
25	26	27	28
32	31	30	29
33	34	35	36

1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	18	19	20	21	22	23	24
32	31	30	29	28	27	26	25
33	34	35	36	37	38	39	40

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Helyes válasz(ok): A, C, E

13. A digitális óra 24 órás üzemmódban két számot ír ki, az órát és a percet. (Ha valamelyik szám 0-val kezdődik, akkor azt a 0-t nem tekintjük a számhoz, például 03:00-kor a 3 és a 0 a két szám.) Bence, amikor rápillantott az órára, akkor a két szám különbsége 30 volt (a nagyobból vonjuk ki a kisebbet). Mennyi lehet az óra által kiírt két szám különbsége 30 perc múlva?

- (A) 1 (B) 2 (C) 23 (D) 29 (E) 31

Megoldás: Az órát jelző szám legfeljebb 23, így a két szám különbsége úgy lesz 30, hogy a percet jelző szám a nagyobb. Nevezzük kezdő állapotnak azt, amikor a perc értéke 30-cal nagyobb az óra értékénél. Ha eltelik a 30 perc, akkor a perc értéke annyi lesz, mint a kezdő állapotban az óra értéke. Az óra értéke 1-gyel nő, hiszen a kezdő állapotban az idő valahány óra 30 perc, vagy 30-nál több perc.

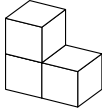
Tehát a 30 perc elteltével kijelzett két szám a kezdőállapotban látott óra értékénél 1-gyel nagyobb szám, valamint a percek helyén a kezdőállapotban kijelzett óra értéke áll. Így most a két szám különbsége 1, és ha az óra értékét 1-gyel növeljük, ám ekkor nem kapunk 1-gyel nagyobb számot: ez a 23:53 és 00:23. Ebben az esetben a különbség 23.

Megjegyzés: „Favágó” módszerrel is megoldható. Végignézzük az eseteket, ha a kezdőállapot: 00:30, 01:31, ..., 22:52, 23:53.

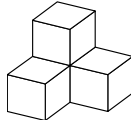
Helyes válasz(ok): A, C

6. osztály

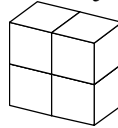
1. Karcsi a lent látható, rendre 3, 4, 4 kockából épült testek kockarács modelljét állította össze gyufaszálak és gyurmaragasztó segítségével. Olyan modellt készített, amiben a gyufák hossza megegyezik a kockák éleinek hosszával és gyufát tett minden olyan helyre, ahol az építményben valamelyik kockának az éle van. Összesen hány gyufaszálra volt szüksége az egyes testek modelljeihez, ha a lehető legkevesebb gyufát használta fel hozzájuk? (A gyufaszálakat nem szabad eltörni. Egy így készült kocka modellje jobbra látható.)



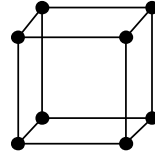
A



B



C



(A) Az A test modelljéhez 36-ra.

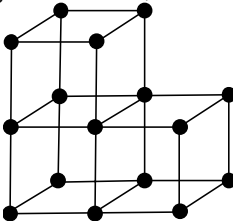
(B) A B test modelljéhez 36-ra.

(C) A C test modelljéhez 32-re.

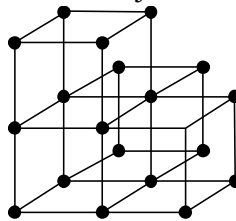
(D) A C test modelljéhez 48-ra.

(E) Az A test modelljéhez 30-nál kevesebbre.

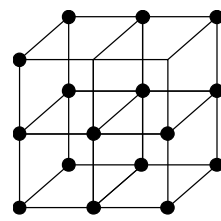
Megoldás: Az A, B illetve C testek modelljei az alábbiak.



A



B



C

Az A test modelljén vízszintes helyzetben legkevesebb $4 + 7 + 7 = 18$ gyufaszál, míg függőleges helyzetben legkevesebb $4 + 4 + 2 = 10$ gyufaszál, vagyis összesen legalább 28 gyufaszálra kellet Karcsinak felhasználnia. A 28 kevesebb 30-nál, ezért az (A) válasz nem jó és az (E) válasz jó.

A B test modelljén az A-hoz képest még legalább 3 + 3 vízszintes és 2 függőleges helyzetű, vagyis összesen $28 + 6 + 2 = 36$ gyufaszál található. Így a (B) válasz jó.

A C test modelljén az A-hoz képest még legalább 3 vízszintes és 2 függőleges helyzetű, vagyis összesen $28 + 3 + 2 = 33$ gyufaszál található. Így a (C) válasz és a (D) válasz sem jó.

Helyes válasz(ok): B, E

2. A négy alpműveleti jel közül melyik írható a háromszög helyére úgy, hogy igaz legyen a $4\Delta\frac{4}{5}=\frac{16}{5}$ egyenlőség?

(A) összeadás (B) kivonás (C) szorzás (D) osztás
(E) egyik sem teszi igazzá

Megoldás: Ellenőrizve a négy alpműveletet, azt találjuk, hogy a kivonás és a szorzás teszi igazzá:

$$4 + \frac{4}{5} = \frac{20}{5} + \frac{4}{5} = \frac{24}{5} \neq \frac{16}{5};$$

$$4 - \frac{4}{5} = \frac{20}{5} - \frac{4}{5} = \frac{16}{5};$$

$$4 \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{5};$$

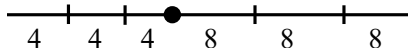
$$4 : \frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{5}{4} = 5 \neq \frac{16}{5}.$$

Helyes válasz(ok): B, C

3. Egy 12 cm és egy 24 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végüknél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót egy-egy harmadoló pontja, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 0 cm-re (B) 12 cm-re (C) 18 cm-re (D) 24 cm-re (E) 28 cm-re

Megoldás: A legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe, és összeforrasztáskor éppen egymást érinti egy-egy harmadoló pont. Ez esetben a távolság 0 cm (lásd balra).



Legtávolabb akkor kerülhet két harmadoló pont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a távolabbi harmadoló pontok közti távolság $8\text{ cm} + 16\text{ cm} = 24\text{ cm}$ (lásd a középső rajzon). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 24 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak megfelelően kell görbülniük egymáshoz képest a drótoknak (lásd jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

4. Az a , b , c pozitív egészekre $a \cdot b = 20$ és $b \cdot c = 16$. Mennyi lehet $a + b + c$ értéke?

(A) 13 (B) 16 (C) 20 (D) 36 (E) 37

Megoldás: Az $a \cdot b = 20$ és $b \cdot c = 16$ miatt a értéke 5, 10 vagy 20 lehet. Ezen választásokhoz kiszámoljuk b és c értékét. A kapott (a, b, c) megoldások $(5, 4, 4)$, $(10, 2, 8)$, $(20, 1, 16)$, így az $a + b + c$ értéke 13, 20 és 37 lehet.

Helyes válasz(ok): A, C, E

5. Az asztalon 19 fémgolyó van, a tömegük rendre 1, 2, 3, ..., 19 gramm. A golyók közül 9 vasból, 9 bronzból és egy aranyból van. A vasgolyók tömege együtt 87 grammal több a bronzgolyók együttes tömegénél. Hány grammos lehet az aranygolyó?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 13

Megoldás: A 9 legkönnyebb golyó tömege $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$ gramm, és a 9 legnehezebb golyó tömege $11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19$ gramm, ami $9 \cdot 10 = 90$ grammal több a 9 könnyű golyó együttes tömegénél. A vas- és bronzgolyók tömege közötti különbség legfeljebb 90 gramm. Ezt az eltérést úgy csökkenthetem 3-mal 87 grammra, ha a 7-et 10-re növelem, vagy a 13-at csökkentem 10-re, illetve, ha a 9 helyett 11-et tesszük a könnyebbek közé, míg a nehezebbek közé bekerül a 10-es, más lehetőség nincs. Első esetben az aranygolyó 7 grammos, a második esetben 13 grammos, a harmadik esetben pedig 9 grammos.

Helyes válasz(ok): A, C, E

6. Az 5×5 -ös táblázat mezőibe szeretnénk beírni az A, N, D, O, R betűket úgy, hogy mindegyik sorban, oszlopban és mindkét átlóban szerepeljen mindegyik betű. Néhány betűt már beírtunk. Fejezzétek be a táblázat kitöltését! Melyik betű kerülhet a sötét mezőbe, ha minden mezőbe csak egy betű írható?

		N		
A	N	D	O	R

(A) A (B) N (C) D (D) O (E) R

Megoldás: Ahhoz, hogy minden betű szerepeljen minden sorban, oszlopban és átlóban, ahhoz minden betű csak legfeljebb egyszer szerepelhet mindenhol. Ha a sötét mezőbe az A betű kerülne, akkor a bal oldali oszlopban az A kétszer szerepelne. Ha a sötét mezőbe O betű kerülne, akkor a bal felső sarokból induló átlóba nem tudjuk beírni az O betűt úgy, hogy ne szerepeljen valahol kétszer.

Figyelembe véve ezeket, módszeres próbálkozással tovább folytatva, az alábbi három különböző helyes kitöltést találjuk.

D	A	R	N	O
N	O	A	R	D
O	R	N	D	A
R	D	O	A	N
A	N	D	O	R

O	R	A	N	D
D	A	O	R	N
R	D	N	A	O
N	O	R	D	A
A	N	D	O	R

D	A	R	N	O
R	O	A	D	N
O	D	N	R	A
N	R	O	A	D
A	N	D	O	R

Helyes válasz(ok): B, C, E

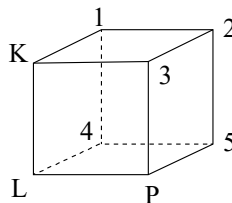
7. Marci felvett a síkon 10 különböző pontot úgy, hogy azokból semelyik három nem esik egy egyenesre, majd minden pontpárt szakasszal kötött össze. Ezután felvett egy olyan egyenest is, amelyik a 10 pont egyikén sem megy át, és nem megy át semelyik két szakasz metszéspontján sem. Ezen szakaszok közül pontosan hányval lehet metszéspontja az egyenesnek?

(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

Megoldás: Az egyenes egyik oldalán a , a másik oldalon b pont van, ahol $a + b = 10$. Az egyenes olyan szakaszt metsz, amely az egyenes két különböző oldalán fekvő két pontot köt össze. Az ilyen szakaszok száma $a \cdot b$. A lehetséges (a, b) számpárok: $(10, 0)$, $(9, 1)$, $(8, 2)$, $(7, 3)$, $(6, 4)$, $(5, 5)$. A megfelelő $a \cdot b$ szorzatok rendre: 0, 9, 16, 21, 24, 25. Azaz a metszéspontok száma 0, 9, 16, 21, 24 vagy 25 lehet.

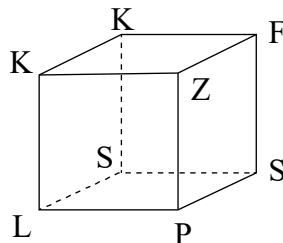
Helyes válasz(ok): A, D, E

8. Egy kocka csúcsait kiszíneztük egy-egy színnel az alábbiak közül: piros, sárga, zöld, kék, fekete, lila. Tudjuk, hogy ha két csúcs azonos színű lett, akkor azokat összeköti a kocka valamelyik éle. Egy hangya elindult a kocka egyik csúcsából, majd mindig az élek mentén haladva sétált a szomszédos csúcsok között. Az út során ilyen színű csúcsokon ment át sorban: kék, lila, piros, zöld, fekete, kék, sárga, lila, piros, sárga, fekete, kék, kék. A kiinduló kék csúcsot K-val, a másodiknak érintett lila csúcsot L-lel, az utána meglátogatott piros csúcsot P-vel jelöltük az ábrán. Milyen színre festhettük az ábra 3-assal számozott csúcsát?



(A) kék (B) lila (C) fekete (D) zöld (E) sárga

Megoldás: Legalább két csúcsot kell kékre színeznünk. Sárga csúcsból is legalább kettőnek kell lennie, mert sárga csúcsnak van kék, lila, piros és fekete szomszédja is, ami egy csúccsal lehetetlen. Tehát 2-2 kék és sárga, valamint 1-1 piros, lila, fekete és zöld csúcs van. A piros csúcsnak a lilán kívül van zöld és sárga szomszédja, tehát a 3-as és 5-ös csúcs zöld és sárga valamilyen sorrendben. A kék csúcsnak van kék szomszédja, amely így csak az 1-es lehet. Ennek viszont van fekete szomszédja, amely nem lehet a 4-es, mert a feketének kell zöld, kék és sárga szomszédja is, lila már nem lehet. Tehát a fekete csúcs a 2-es. A két sárga csúcs szomszédos, így ezek a 4-es és 5-ös csúcsok, tehát a zöld csúcs a 3-as. Az alábbi színezés esetén ellenőrizhető, hogy a hangya végig tud sétálni a megadott útvonalon. Ez tehát az egyetlen megfelelő színezés.



Helyes válasz(ok): D

9. A mellékelt táblázat betűi helyére írjátok be a 3, 4, 8, 9, 13 és 14 számok mindegyikét úgy, hogy mindegyik sorban, mindegyik oszlopban és mindkét átlóban a számok összege mindig ugyanannyi legyen. Hányas kerülhet így az a helyére?

a	2	b
12	c	d
e	f	7

(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) 13

Megoldás: A táblázatban az összes szám összege $2 + 3 + 4 + 7 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 = 72$. Mivel $72 : 3 = 24$, az egy sorban, oszlopban vagy átlóban levő számok összege 24 kell legyen.

Így $a + e = 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ e = 3 \end{cases}$ vagy $\begin{cases} a = 8 \\ e = 4 \end{cases}$, a többi esetek nem felel meg.

$a + b = 22 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 13 \end{cases}$ vagy $\begin{cases} a = 8 \\ b = 14 \end{cases}$

$a + c = 17 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ c = 8 \end{cases}$ vagy $\begin{cases} a = 8 \\ c = 9 \end{cases}$

Végül a következő két megoldás tűnik lehetségesnek:

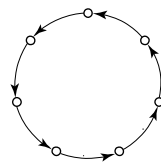
9	2	13
12	8	4
3	14	7

8	2	14
12	9	3
4	13	7

De a második esetben a mellékátló esetében $4 + 9 + 14 = 27$, tehát nem felel meg. Így marad az első kitöltés, vagyis a értéke csak 9 lehet.

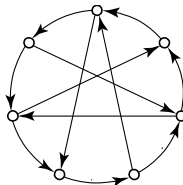
Helyes válasz(ok): D

10. Az itt látható ábra 7 várost ábrázol egy kör mentén elhelyezve, amelyek közé elhelyezett nyilak azt jelzik, hogy honnan hova lehet repülni. Az alábbiak közül hány újabb egyirányú járat beiktatásával érhető el, hogy a hét város bármelyikéből bármelyikébe el lehessen jutni legfeljebb két átszállással?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Megoldás: Alább 5 új járat indításával láthatunk egy helyes megoldást. Így természetesen 5-nél akárhánnyal több járat indításával még inkább megvalósítható a kívánt cél.



Helyes válasz(ok): A, B, C, D, E

11. A táblára felírt négyjegyű számról három állítást ismerünk.

(1) A szám jegyei között vannak az 1, 4 és 5 számjegyek.

(2) A szám jegyei között vannak az 1, 5 és 9 számjegyek.

(3) A szám jegyei között vannak az 7, 8 és 9 számjegyek.

Ha a három állítás közül pontosan kettő igaz, akkor az alábbiakból melyik számjegy fordul elő ebben a számban?

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

Megoldás: Egy állítás hamis. Nézzük végig a lehetőségeket!

Ha az (1) hamis, akkor (2) és (3) igaz, így a négyjegyű számnak számjegye az 1, 5, 7, 8, 9, ám ez öt számjegy, így ez nem lehetséges.

Ha a (2) hamis, akkor (1) és (3) igaz, az 1, 4, 5, 7, 8, 9 jegyek mindegyike számjegye a négyjegyű számnak, és ez nem lehet.

Ha a (3) hamis, akkor (1) és (2) igaz, a négyjegyű szám számjegyei 1, 4, 5, 9. Ez lehetséges, és csak ez lehetséges.

Helyes válasz(ok): A, B, C

12. A tuspai vásárban 1 tehénért 4 kutyát, 1 lóért pedig 4 tehenet adnak. Hány tallér az ára 1 tehénnek, ha 1 kutyáért, 2 tehénért és 1 lóért összesen 100 000 tallért adnak?

(A) 4 000 tallér (B) 8 000 tallér (C) 16 000 tallér

(D) 40 000 tallér (E) 400 000 tallér

Megoldás: Mivel $1 \text{ kutya} + 2 \text{ tehén} + 1 \text{ ló} = 100\,000 \text{ tallér}$ és $1 \text{ lóért } 4 \text{ tehenet adnak}$, ezért $1 \text{ kutya} + 2 \text{ tehén} + 4 \text{ tehén} = 100\,000 \text{ tallér}$, vagyis $1 \text{ kutya} + 6 \text{ tehén} = 100\,000 \text{ tallér}$.

Ha 1 kutya meg 6 tehén ára 100 000 tallér, akkor négyszer ennyi állaté 400 000 tallér, vagyis $4 \text{ kutya} + 24 \text{ tehén} = 400\,000 \text{ tallér}$.

Csakhogy 4 kutya egy tehenet ér, így $1 \text{ tehén} + 24 \text{ tehén} = 400\,000 \text{ tallér}$, vagyis $25 \text{ tehén} = 400\,000 \text{ tallér}$.

Ha 25 tehén ára 400 000 tallér, akkor 1 tehén ára 25-ször kevesebb, tehát $400\,000 : 25 = 16\,000 \text{ tallér}$.

Helyes válasz(ok): C

13. Egy dobozban 100 golyó van, piros, zöld és kék színűek (minden golyó csak egyféle színnel van színezve). A pirosak száma több mint a zöldek kétszerese; a zöldek háromszorosa több mint a kékék négyszerese; és a kékék számának háromszorosa több, mint a pirosak száma. Pontosán hány golyó lehet a dobozban az egyik színűből?

(A) 18 (B) 19 (C) 26 (D) 53 (E) 55

Megoldás: Ha a kékék száma 20, akkor a zöldek száma legalább 27, a pirosaké legalább 55. Ez együtt 100-nál több golyó, emiatt a kékék száma kevesebb 20-nál.

Ha a kékék száma legfeljebb 18, akkor legfeljebb 53 piros van, és zöldeből leg-

feljebb 26. Most a golyók száma kevesebb 100-nál, emiatt a kékek száma 18-nál több.

Ezek szerint 19 kék golyó van. A pirosak száma legfeljebb 56, a zöldekből legfeljebb 27 van. A zöldek háromszorosa több mint a kékek négyszerese, ezért legalább 26 zöld golyó van.

Ha a kék és zöld golyók száma 19 és 27, akkor $100 - (19 + 27) = 54$ piros golyó van, ám ekkor nem teljesül, hogy a pirosak száma több mint a zöldek kétszerese.

Ha a kék és zöld golyók száma 19 és 26, akkor $100 - (19 + 26) = 55$ piros golyó van, és most minden feltétel teljesül.

A dobozban tehát 55 piros, 26 zöld és 19 kék golyó van.

Helyes válasz(ok): B, C, E

7. osztály

1. Az órán a perc- és az óramutató most derékszöget zár be egymással. Hány fokban szöget zárhatnak be a mutatók egymással 3 óra múlva?

(A) 0° (B) 60° (C) 90° (D) 120° (E) 180°

Megoldás: 3 óra alatt a percmutató 3 teljes fordulatot tesz, tehát ugyanabban a helyzetben lesz, mint kezdetben. Az óramutató 3 óra alatt 90° -ot mozdul. Így a kiinduló helyzettől függően 3 óra múlva a két mutató fedheti egymást (a kezdő időpont 9:00, 3 óra múlva: 12:00), azaz 0° -ot zárnak be, vagy ellentétes irányba mutatnak (a kezdő időpont 3:00, 3 óra múlva: 6:00), ekkor a bezárt szög 180° .

Helyes válasz(ok): A, E

2. A négy alpműveleti jel közül melyik írható a háromszög helyére úgy, hogy

igaz legyen a $32\Delta\frac{32}{7}=\frac{256}{7}$ egyenlőség?

(A) összeadás (B) kivonás (C) szorzás (D) osztás
(E) egyik sem teszi igazzá

Megoldás: Ellenőrizve a négy alpműveletet, azt találjuk, hogy csak az összeadás teszi igazzá:

$$32 + \frac{32}{7} = \frac{224}{7} + \frac{32}{7} = \frac{256}{7}; \quad 32 - \frac{32}{7} = \frac{224}{7} - \frac{32}{7} = \frac{192}{7} \neq \frac{256}{7};$$

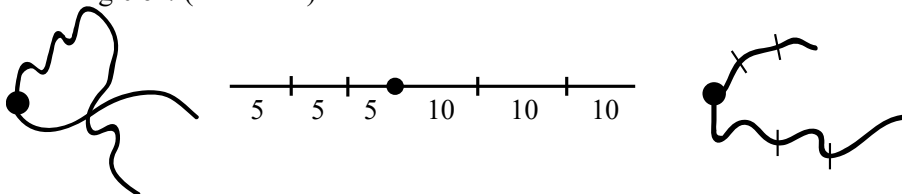
$$32 \cdot \frac{32}{7} = \frac{1024}{7} \neq \frac{256}{7}; \quad 32 : \frac{32}{7} = 32 \cdot \frac{7}{32} = 7 \neq \frac{256}{7}.$$

Helyes válasz(ok): A

3. Egy 15 cm és egy 30 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végüknél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót egy-egy harmadoló pontja, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 15 cm-re (B) 20 cm-re (C) 25 cm-re (D) 30 cm-re (E) 35 cm-re

Megoldás: A legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe, és összeforrasztáskor éppen egymást érinti egy-egy harmadoló pont. Ez esetben a távolság 0 cm (lásd balra).



Legtávolabb akkor kerülhet két harmadoló pont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a távolabbi har-

doló pontok közti távolság $10\text{ cm} + 20\text{ cm} = 30\text{ cm}$ (lásd középen). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 30 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak megfelelően kell görbülniük egymáshoz képest a drótoknak (lásd jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

4. Egy jégkorongmeccset izgalmasnak mondunk, ha a mérkőzés során egyik csapat sem vezetett egy gólnál nagyobb különbséggel. Egy alkalommal a Magyarország–Japán mérkőzésen összesen 11 gól esett. Összesen hányféle sorrendben eshettek a gólok, ha a meccs izgalmas volt? (Két sorrend különböző, ha van olyan időrend szerinti sorszámú gól, amit nem ugyanaz a csapat szerzett az egyik sorrendben, mint a másikban.)

(A) 11 (B) 32 (C) 48 (D) 64 (E) 121

Megoldás: Az első két gól után az állás 2-0 vagy 1-1 lehetne, de csak az utóbbi eset állhat fenn.

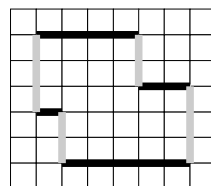
A következő két gól után az állás 3-1 vagy 2-2 lehetne, de megint csak az utóbbi eset állhat fenn.

Így tehát a gólokat kettesével csoportosítva elmondható, hogy egy kettes csoportban mindkét csapatnak pontosan egy gólt kell ütnie, hogy a mérkőzés izgalmas lehessen, és az ilyen sorrendek mind jók is.

Bármely kettes csoportban kétféle sorrendben eshetnek a gólok. Az utolsó, 11. gólt bármelyik csapat ütheti, így a feladat kérdésére a válasz $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$.

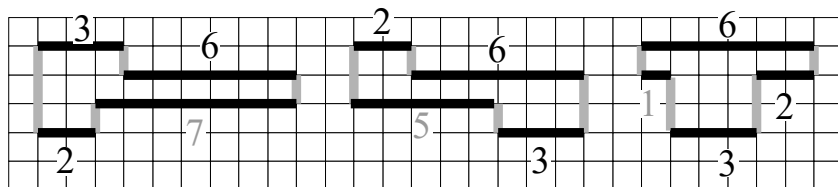
Helyes válasz(ok): D

5. A négyzetrácsos papíron rajzoltam egy sokszöget a rácsvonalak mentén. A sokszög oldalait váltakozva sötétre és világosra színeztem, melyre egy példa látható az ábrán. Az általam rajzolt sokszögnek is négy sötét oldala van, melyek közül háromnak a hossza 2, 3 és 6 egység. Hány egység hosszú lehet a negyedik sötét szakasz?



(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 7

Megoldás: A sokszög egymást követő oldalai váltakozva vízszintes és függőleges állásúak, így a sötét szakaszok mindegyike vízszintes, vagy mindegyik függőleges. Ha a sokszög egyik csúcsából elindulok a sokszög kerületén, végül visszatérek a kiinduló csúcsba. Emiatt amennyit kitérek jobbra, annyit megyek balra is. Azaz a sötét (piros) szakaszok két csoportba oszthatók, és mindkét csoportban ugyanannyi a szakaszok összhossza.



A lehetőségek: $2 + x = 3 + 6$, innen $x = 7$ ha $3 + x = 2 + 6$, akkor $x = 5$; ha

pedig $6 + x = 2 + 3$, akkor nincs megoldás. Van még egy lehetőség: $2 + 3 + x = 6$, ekkor $x = 1$.

Helyes válasz(ok): A, D, E

6. A hét törpe mindegyike választott magának egy egész számot. Ezután a törpék közül az összes lehetséges módon választunk két törpét, és a törpéknél lévő két számot összeadjuk, valamint kiszámoljuk a két szám szorzatát is. Az így kapott összegek között 6 negatív szám volt, és a szorzatok között is 6 negatív szám volt. Összesen hány negatív számot választhatott a hét törpe?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

Megoldás: A hét törpénél lévő számok között kell lennie negatív számnak, különben a páronkénti összegek között nem lenne negatív.

Lehetett 1 negatív szám: -7, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ekkor az összegek és a szorzatok között is 6 negatív szám van.

Lehetett 2 negatív szám: -3, -1, 0, 0, 2, 4, 5. Az összegek és a szorzatok között most is 6 negatív szám van.

Nem lehet 3 negatív szám. Ugyanis ekkor a szorzatokra figyelve a törpéknél kell lennie 2 pozitív számnak, és a maradék 2 szám 0, mert csak így lesz a szorzatok között 6 negatív szám. Ám ekkor a 3 negatív szám és a 2 db 0 szám (azaz 5 db szám) közül képezhető összegek mindegyike negatív, és ez 9 negatív összeg.

Ha a törpéknél 4 negatív szám volna, akkor a szorzatok között a negatívok száma 0, 4, 8 vagy 12 lenne.

Ha a törpéknél 5 vagy 6 negatív szám lenne, akkor a számolt összegek között legalább 10 negatív szám volna. (Ha a törpéknél 6 negatív szám volna, akkor a szorzatok között lehet 6 negatív, csak az összegekkel jelentkezik ekkor gond.)

Helyes válasz(ok): A, B

7. Egy szigeten két klán él. Egyikbe az igazmondók, másikba a hazugok tartoznak. Közülük egy asztal körül 12-en ülnek. Mindegyikük azt mondja, hogy mindkét szomszédja ugyanabba a klánba tartozik. Pontosan hány hazug ülhet az asztal körül?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 10

Megoldás: Ha nincs hazug az asztal körül, akkor teljesül, hogy mindenki azt mondja, hogy mindkét szomszédja ugyanabba a klánba tartozik. Ha van közöttük hazug, az ő két szomszédja különböző klánokba tartozik, azaz H két szomszédja H és I (H-val hazugot, I-vel igazmondót jelöltünk). Könnyű látni, hogy ilyenkor a HHI hármas ismétlődik. Ekkor a 12 szigetlakó között 8 hazug és 4 igazmondó van.

Helyes válasz(ok): A, D

8. Az 5×5 -ös táblázat mezőibe szeretnénk beírni az A, N, D, O, R betűket úgy, hogy mindegyik sorban, oszlopban és mindkét átlóban szerepeljen mindegyik betű. Néhány betűt már beírtunk. Fejezzétek be a táblázat kitöltését. Melyik betű kerülhet a sötét mezőbe, ha minden mezőbe csak egy betű kerülhet?

				N
A	N	D	O	R

(A) A (B) N (C) D (D) O (E) R

Megoldás: Ahhoz, hogy minden betű szerepeljen minden sorban, oszlopban és átlóban, ahhoz minden betű csak legfeljebb egyszer szerepelhet mindenhol. Ha a sötét mezőbe az N betű kerül, akkor a főátlóban az A kétszer szerepel. Figyelembe véve ezeket, módszeres próbálkozással tovább folytatva, az alábbi két különböző helyes kitöltést találjuk.

D	O	R	A	N
O	A	N	R	D
N	R	O	D	A
R	D	A	N	O
A	N	D	O	R

D	O	R	A	N
R	A	N	D	O
N	D	O	R	A
O	R	A	N	D
A	N	D	O	R

Helyes válasz(ok): C, E

9. Egy páncélszekrény zárjának a kódja egy ötjegyű szám.
 (1.) A negyedik számjegye 4-gyel nagyobb a második számjegynél.
 (2.) A harmadik számjegye 3-mal kisebb a második számjegynél.
 (3.) Az első számjegy a 3-szorosa az utolsó számjegynek.
 (4.) A számjegyek között van három olyan pár, melyekben a két számjegy összege 11.

Melyik számjegy szerepel a kódszám jegyei között?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5

Megoldás: A második, harmadik, negyedik számjegy az (1.) és (2.) feltételek miatt $(3, 0, 7)$, $(4, 1, 8)$ vagy $(5, 2, 9)$.

A (4.) feltétel szerinti lehetséges számpárok: $(2, 9)$, $(3, 8)$, $(4, 7)$, $(5, 6)$. Ezt csak akkor tudjuk teljesíteni, ha a második, harmadik, negyedik számjegy az $(5, 2, 9)$.

(3.) miatt az első és utolsó számjegy $(3, 1)$, $(6, 2)$ vagy $(9, 3)$. Ezek közül csak a $(6, 2)$ választás teljesíti az $(5, 2, 9)$ számjegyekkel a (4.) feltételt.

Így az ötjegyű kód: 65292.

Helyes válasz(ok): C, E

10. Münchhausen bárónak volt nyolc darab külsőre azonos golyója, amelyek súlya rendre 1 gramm, 2 gramm, ..., 8 gramm. Ezek egyikét Kelekótya gróf kölcsönkérte, de elfelejtette visszaadni. Egy kétkarú mérlegen csak a nála maradt 7 golyó segítségével egyetlen szerencsés méréssel a báró rájött, hogy melyik golyó hiányzik. Hány grammos golyó lehet Kelekótya grófnál?

(A) 1 g-os (B) 2 g-os (C) 4 g-os (D) 6 g-os (E) 8 g-os

Megoldás: Ha a báró nem rakja fel mind a 7 golyót a mérlegre, akkor nem tudja megkülönböztetni, hogy melyik golyó van a grófnál és melyik golyó az, amit nem rakott fel. Vagyis mind a 7 golyót fel kellett tennie, amit csak 0-7, 1-6, 2-5, 3-4 arányban oszthatott szét. Ha 0-7 vagy 1-6 arányban osztja szét, akkor mindenképpen a 7, illetve a 6 golyó lesz a nehezebb, bármilyen golyó is van a grófnál.

Ha 2-5 arányban osztja szét, akkor a 2 golyó tömege legfeljebb $8 + 7 = 15$ gramm lehet, míg az 5 golyó tömege legalább $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ gramm, így a 2 golyó nem lehet nehezebb az 5-nél. Ha azonos a tömegük, az csak akkor lehet, ha mindkét serpenyőben 15 gramm van, és akkor megállapítható, hogy a 6 grammos golyó van a grófnál.

A hátralévő részben megmutatjuk, hogy minden más esetben többféle golyó is kimaradhat, így ekkor nem állapítható meg, hogy melyik golyó van a grófnál.

Ha az 5 golyó a nehezebb mint a 2, akkor lehet, hogy $1 + 2 < 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ vagy $1 + 2 < 3 + 5 + 6 + 7 + 8$.

Ha a 3 golyó a nehezebb mint a 4, akkor lehet, hogy $6 + 7 + 8 > 1 + 2 + 3 + 4$ vagy $6 + 7 + 8 > 1 + 2 + 3 + 5$.

Ha a 3 golyó tömege megegyezik a 4 golyó tömegével, akkor lehet, hogy $1 + 7 + 8 = 2 + 3 + 5 + 6$ vagy $1 + 6 + 7 = 2 + 3 + 4 + 5$.

Ha az 4 golyó a nehezebb mint a 3, akkor lehet, hogy $1 + 2 + 3 < 5 + 6 + 7 + 8$ vagy $1 + 2 + 3 < 4 + 6 + 7 + 8$.

Vagyis csak a 6 grammos golyó esetén tudja a báró megállapítani 1 mérésből, hogy melyik golyó van a grófnál.

Helyes válasz(ok): D

11. Egy asztal körül csak fiúk és lányok ülnek. Az asztalon lévő cseresznyékből a fiúk mindegyike 10 szemet vesz, míg a lányok 2-vel kevesebbet, mint a bal oldali szomszédjuk, ha az fiú; és 2-vel többet, ha az lány. Összesen 222 szem cseresznye fogyott. Összesen hány lány lehet ennél az asztalnál?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Megoldás: Ha csak fiúk vannak, akkor az elfogyott cseresznyeszemek száma 0-ra végződik.

Ha 1 lány ül az asztalnál, ő 8 szem cseresznyét fogyaszt, és ekkor az elfogyott szemek száma 8-ra végződik.

3 lány esetén háromféleképpen helyezkedhetnek el a lányok. Ha mindhárom közvetlenül egymás mellett ül, akkor rendre 8, 10, 12 cseresznyeszemet esznek, így a fiúkkal együtt fogyasztott cseresznyék száma 0-ra végződik. Ha két

lány ül egymás mellett és a harmadik távolabb a fiúk között, akkor 8, 10, 8 cseresznyét esznek a lányok, így a teljes összeg 6-ra végződik. Ha pedig nincs egymás mellett két lány, akkor 8, 8, 8 cseresznyét esznek, így a teljes összeg 4-re végződik. Ezért (A) válasz nem jó.

4 lány esetén, ha ők elszigetelten ülnek, azaz a lányok mindkét szomszédja fiú, akkor a lányok $4 \cdot 8 = 32$ cseresznyét esznek. Ha a fiúk száma 19, akkor összesen 222 cseresznye fogy.

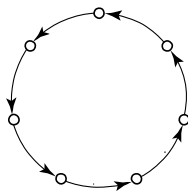
5 lány esetén is fogyhat 222 cseresznye. FLLLLFLF ülésrend esetén (F fiút, L lányt jelöl) a négy lány 8, 10, 12, 14 cseresznyét fogyaszt, az egyedül ülő lány 8-at, ez összesen 52 cseresznye. Üljön az asztalnál 17 fiú, és akkor összesen 222 cseresznye fogy.

Innen adódik megoldás 6 lány esetére: FLLLLFLF. Ekkor a lányok cseresznyeszáma: 8, 10, 12, 14 és 8, 10.

7 lány esetén, ha azok 2-2-2-1 „elosztásban” ülnek (FLLFLLFLLFLF), akkor 18, 18, 18, 8 cseresznyét esznek a lányok. Így elérhető a 222 cseresznyeszám.

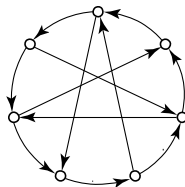
Helyes válasz(ok): B, C, D, E

12. Az itt látható ábra 7 várost ábrázol egy kör mentén elhelyezve, amelyek közé elhelyezett nyilak azt jelzik, hogy honnan hova lehet repülni. Az alábbiak közül hány újabb egyirányú járat beiktatásával érhető el, hogy a hét város bármelyikéből bármelyikébe el lehessen jutni legfeljebb két átszállással?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Megoldás: Alább 5 új járat indításával láthatunk egy helyes megoldást. Így természetesen 5-nél akárhánnyal több járat indításával még inkább megvalósítható a kívánt cél.



Helyes válasz(ok): A, B, C, D, E

13. Bendegúz felírt az üres táblára egy ötjegyű számot, majd felírta a szám első két számjegyének összegét, az első három számjegy összegét, az első négy számjegy összegét, és az öt számjegy összegét is. A táblára így felírt számokban lévő számjegyeket leltározva találtunk 1 db 1-es, 6 db 2-es, 1 db 4-es, 3 db 6-os és 2 db 8-as számjegyet. Az alábbiak közül melyik szám látható ezen a táblán?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 24

Megoldás: 13 számjegy tehát biztosan van a táblán, s mivel $13 = 5 + 4 \cdot 2$,

ezért mind a négy számjegyösszeg kétjegyű, és csak 1 db 1-esünk van, így az első három számjegy összege legalább 20. Sőt 20-nál nagyobb, mert nincs a számjegyek között 0. Így az első három számjegy (valamilyen sorrendben) 8, 8, 6. Tudjuk még azt is, hogy a számjegyösszegek mindegyike kisebb 30-nál, hiszen nincs 3-as számjegy.

Az első három számjegy összege 22, az első négy és öt jegy összege páros és 30-nál kisebb. 24, 26 vagy 28 lehetne, ám a 28 nem lehet, mivel elfogytak a 8-asok. Tehát a 24 és 26 jöhet szóba, így az ötjegyű szám utolsó két jegye 2-es, így nő a számjegyösszeg 22-ről 24-re, majd 26-ra. Az 1 db 4-es a 24-ben van, ezért az ötjegyű első két jegye nem lehet 6 és 8, mert összegük 14 volna, vagyis lenne még egy 4-es, ami tudjuk, hogy nincs.

Az eddigiek alapján az ötjegyű szám csakis 88622 lehet. Bendegúz a táblára a 88622, 16, 22, 24, 26 számokat írta.

Helyes válasz(ok): C, E

8. osztály

1. Egy kockát, melynek élhossza 2 dm , feldaraboltunk 1 cm élű kis kockákra, és ezeket egymás mellé hézag nélkül egyetlen sorba raktuk egy vízszintes terepen úgy, hogy a szomszédos kockák teljes lappal érintsék egymást. Milyen hosszú lett ez a sor?

(A) 2 m (B) 80 dm (C) 200 cm (D) 80 m (E) 8000 cm

Megoldás: A kocka élhossza $2\text{ dm} = 20\text{ cm}$, ezért ezt $20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$ olyan kis kockára daraboltuk, melynek éle 1 cm . Ezeket egymás mellé rakva, $8\,000\text{ cm}$ hosszú sort kapunk, ami azonos 80 m -rel, de nem azonos 80 dm -rel, sem 2 m -rel, sem pedig 200 cm -rel.

Helyes válasz(ok): D, E

2. A négy alpműveleti jel közül melyik írható a háromszög helyére úgy, hogy igaz legyen a $\frac{121}{42} \Delta \frac{11}{14} = \frac{11}{3}$ egyenlőség?

(A) összeadás (B) kivonás (C) szorzás (D) osztás
(E) egyik sem teszi igazá

Megoldás: Ellenőrizve a négy alpműveletet, azt találjuk, hogy az összeadás és az osztás teszi igazá:

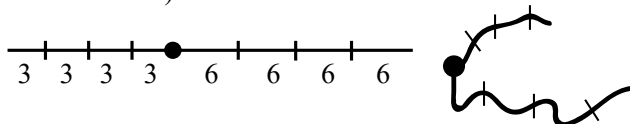
$$\begin{aligned} \frac{121}{42} + \frac{11}{14} &= \frac{121}{42} + \frac{33}{42} = \frac{154}{42} = \frac{11}{3}; & \frac{121}{42} - \frac{11}{14} &= \frac{121}{42} - \frac{33}{42} = \frac{88}{42} = \frac{44}{21} \neq \frac{11}{3}; \\ \frac{121}{42} \cdot \frac{11}{14} &= \frac{1331}{588} \neq \frac{11}{3} & \frac{121}{42} : \frac{11}{14} &= \frac{11 \cdot 11}{3 \cdot 14} \cdot \frac{14}{11} = \frac{11}{3}. \end{aligned}$$

Helyes válasz(ok): A, D

3. Egy 12 cm és egy 24 cm hosszú drótot összeforrasztottam az egyik végüknél. Hány cm-re kerülhetett egymástól a két drót egy-egy negyedelő pontja, ha a forrasztóanyag mennyisége elhanyagolható?

(A) 6 (B) 9 (C) 21 (D) 27 (E) 30

Megoldás: A legközelebb akkor kerülhet, ha például mindkét drót görbe, és összeforrasztáskor éppen egymást érinti a két középpont. Ez esetben a távolság 0 cm (lásd alább balra).



Legtávolabb akkor kerülhet a két felezőpont egymástól, ha mindkét drót egyenes, és egymás meghosszabbításába kerülnek. Ekkor a negyedelőpontok közti távolság $9\text{ cm} + 18\text{ cm} = 27\text{ cm}$ (lásd középen). Ezek közötti, vagyis 0 cm és 27 cm közötti távolság bármennyi előállhat, csak megfelelően kell gör-

bülniük egymáshoz képest a drótoknak (lásd jobbra).

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

4. András, Béla és Csaba futóversenyeket rendeznek. Minden verseny után, az utolsó helyezett megduplázza az első helyezett pénzét. Kezdetben Andrásnak 55, Bélának 30, Csabának pedig 35 forintja volt. Legkevesebb hány versenyt rendezhettek, ha a végén mindenkinek ugyanannyi pénze lett? (A versenyek ideje alatt senki se kapott máshonnan pénzt, illetve senki se költött közben a pénzéből.)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Megoldás: Mivel a teljes pénzösszeg $55 + 30 + 35 = 120$ forint, a végén mindenkinek 40 forintja lesz. Ekkor az utolsó forduló előtt valakinek, 20, valakinek 40 és valakinek 60 forintja volt. Ezt az állapotot az eredetiből nem lehet azonnal elérni, mert egy forduló után legalább egy embernek nem változik a pénze, de a $\{30, 35, 55\}$ és a $\{20, 40, 60\}$ halmazoknak nincs közös eleme. Ezért legalább három fordulóra szükség van.

Három forduló alatt el is érhető, hogy mindenkinek ugyanannyi pénze legyen: először András megduplázza Csaba pénzét (az állás: 20, 30, 70), majd Csaba duplázza meg Béla pénzét (20, 60, 40), végül Béla megduplázza András pénzét, így adódik a 40, 40, 40 végső állapot.

Helyes válasz(ok): B

5. Egy faluban polgármestert választanak. A két jelölt Károly és Sándor. A szavazásra jogosult lakosok nagyon aktívak, 90%-uk elment szavazni. A szavazatokból 128 lett érvénytelen. Károlyra 248-cal többen szavaztak érvényesen, mint Sándorra érvényesen. Károlyra az összes jogosult pontosan 49%-a voksolt érvényesen. Összesen hány érvényes szavazatot kapott Károly?

(A) 376 (B) 660 (C) 705 (D) 735 (E) 1500

I. megoldás: Legyen a jogosultak száma x , ekkor Károly $0,49x$ érvényes szavazatot kapott. Sándor ennél 248-cal kevesebbet, ami $0,49x - 248$. Ehhez hozzáadva Károly szavazatait és az érvénytelen 128-at, megkapjuk az összes szavazatot, ami a választópolgárok számának 90%-a.

$$0,49x - 248 + 0,49x + 128 = 0,9x,$$

$$0,98x - 120 = 0,9x,$$

$$0,08x = 120,$$

$$x = 1500.$$

Tehát a választópolgárok száma 1500 és Károly $0,49 \cdot 1500 = 735$ szavazatot kapott.

II. megoldás: Jelölje K a Károlyra, S a Sándorra leadott érvényes szavazatok számát, T az összes választópolgár számát, E pedig az érvénytelen szavazatok számát.

Mivel az érvénytelen szavazatok esetén nem beszélhetünk arról, hogy kire

szavaztak, ezért K egyrészt T 49%-a, másrészt $S + 248$.

A többiek száma egyrészt T 51%-a, másrészt a 10% nem szavazók, valamint S és E összege.

Tudjuk, hogy $E = 128$, ezért a fentiek különbségéből azt kapjuk, hogy T 8%-a megegyezik 248 és 128 különbségével, ami 120. Tehát T 1%-a $120 : 8 = 15$, vagyis T 49%-a $19 \cdot 15 = 735$, ennyien szavaztak Károlyra.

Helyes válasz(ok): D

6. Van öt súlyunk, amelyekről tudjuk, hogy 2, 4, 5, 8 és 15 kg-osak, de egyikre sincs ráírva, hogy milyen nehéz, és külsőre nem lehet őket megkülönböztetni. Bendegúz egy kétkarú mérlegen egyetlen szerencsés méréssel két súlyt be tudott azonosítani. Hány kg-os súly lehetett az így beazonosítottak között?

(A) 2 kg-os (B) 4 kg-os (C) 5 kg-os (D) 8 kg-os (E) 15 kg-os

Megoldás: Két súlyt úgy azonosíthat, ha a mérlegre feltesz 4 súlyt, és így az ötödik súly különválik a többitől. A mérlegen az egyik serpenyőbe 1 súlyt kell tenni, így ez is megkülönböztethető lesz. Ha a tányérokban 3 és 1 db súly van, és közöttük nincs egyensúly, az többféleképp lehet akkor is, ha a három súly a nehezebb, és akkor is, ha a három súly a könnyebb. A két tányér között csak egy esetben van egyensúly: $2 + 5 + 8 = 15$. Tehát a mérleg melletti 4 kg-os, és a tálcában egyedül lévő 15 kg-os súlyok azonosíthatók egyetlen méréssel.

Helyes válasz(ok): B, E

7. Ha egy háromjegyű szám első jegyét 3-mal, második jegyét 2-vel és harmadik jegyét 1-gyel növeljük, a szám értéke a négyszeresére nő. Az alábbiakból melyik számjegy szerepelhet egy ilyen számban?

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

Megoldás: Ha egy háromjegyű szám első jegyét 3-mal, második jegyét 2-vel és harmadik jegyét 1-gyel növeljük, az ugyanaz, mintha 321-et hozzáadnánk a számhoz. Így, ha a keresett számot x -szel jelöljük, akkor

$$x + 321 = 4x$$

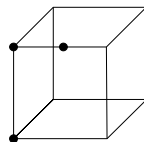
ahonnan $3x = 321$, vagyis $x = 107$.

Ellenőrizve, valóban $428 = 4 \cdot 107$.

Tehát a keresett szám a 107, amelyben a válaszlehetőségek közül az 1 és a 7 szerepel.

Helyes válasz(ok): A, D

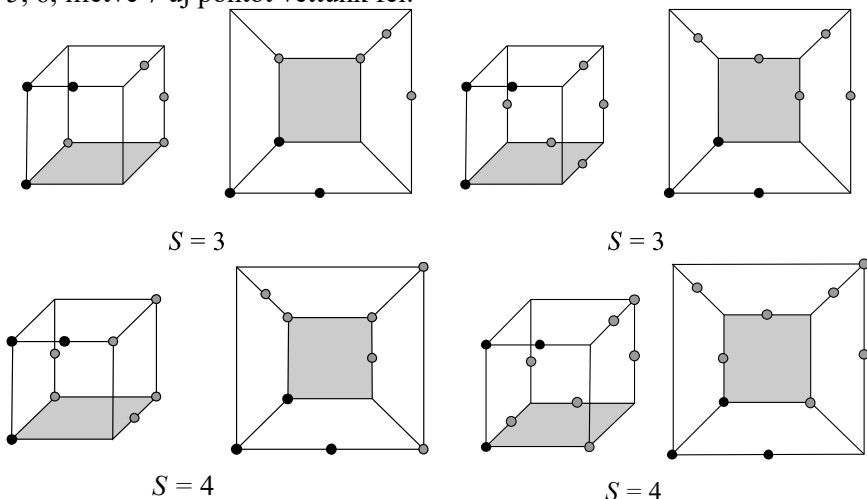
8. Egy kockán beszíneztünk 3 pontot az ábra szerint. Ugyanezzel a színnel beszíneztünk még néhány pontot a kocka élvázán úgy, hogy a kocka minden lapjának határán ugyanannyi ilyen színű pont lett. Az eredeti 3 színes ponton kívül összesen hány ilyen színű pontot vehettünk még így fel?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Megoldás: A kocka egy-egy lapján lévő pontok számát jelölje S . A kocka csúcaiban lévő színes pontok száma legyen c , az éleken lévő színes pontok száma pedig e . Ha megszámoljuk az egyes lapokon lévő színes pontokat és ezeket összeadjuk, akkor a $6S = 3c + 2e$ egyenlőséghez jutunk. Az eredeti 3 pont miatt $S \geq 3$.

$S = 3$ és $S = 4$ esetén van megfelelő konstrukció, ezt látjuk az ábrán, ehhez 4, 5, 6, illetve 7 új pontot vettünk fel.



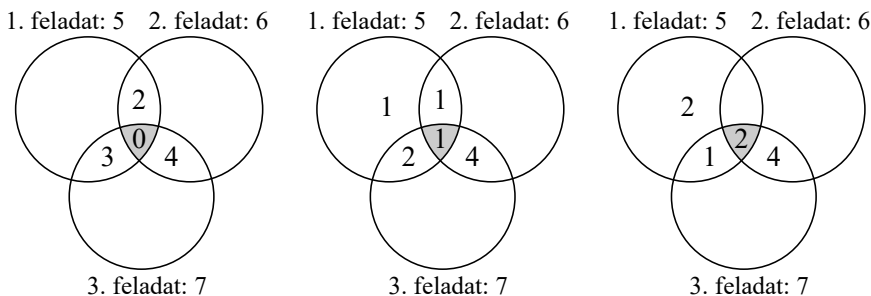
3 új pont nem ad jó konstrukciót. Ha a felvett új pontok megoszlása a csúcsok és az élek között: $(3, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$, $(0, 3)$, akkor (figyelembe véve a 3 eredeti pontot) $6S = 3c + 2e$ értéke rendre 17, 16, 15, 14. Ezek egyike sem osztható 6-tal.

Helyes válasz(ok): B, C, D, E

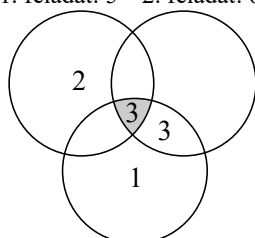
9. Egy versenyen a 3 feladatból a résztvevő kilenc tanuló közül 5 oldotta meg az első feladatot, 6-an oldották meg a második feladatot, és 7-en oldották meg a harmadik feladatot. Minden versenyző megoldott legalább egy feladatot. Hány versenyző oldhatta meg mindhárom feladatot?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldás: Az ábrák mutatják, hogy a mindhárom feladatot megoldók száma lehet 0, 1, 2, 3 és 4 is.

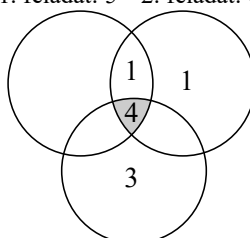


1. feladat: 5 2. feladat: 6



3. feladat: 7

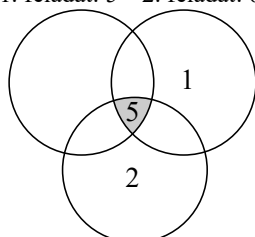
1. feladat: 5 2. feladat: 6



3. feladat: 7

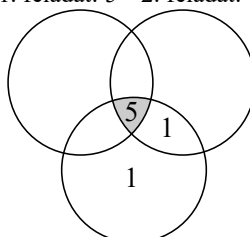
Ha mindhárom feladatot 5-en oldották meg, akkor a 2. feladatot még 1 versenyző oldotta meg. Ez az 1 versenyző az ábrán két hely valamelyikén szerepelhet. Alább látható mindkét lehetőség. Ezután nézzük azt, hogy előfordulhatott-e, hogy a 3. feladatot 7-en oldották meg. A két lenti ábra mutatja, hogyan lehet a feladatoknak 5, 6, 7 megoldója úgy, hogy mindhárom feladatot öten oldják meg. Azonban ekkor a versenyzők száma 8, illetve 7, miközben 9-en vannak. Tehát ez nem lehetséges.

1. feladat: 5 2. feladat: 6



3. feladat: 7

1. feladat: 5 2. feladat: 6



3. feladat: 7

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

10. Felírtam 4 különböző egész számot a füzetembe, majd ezekből kiválasztottam az összes lehetséges módon két-két különböző számot, és felírtam a táblára a két szám összegét és a két szám szorzatát. Az alábbiakból pontosan hány különböző szám lehet így a táblán?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Megoldás: Összesen 6 összeget és 6 szorzatot számolunk, ez 12 szám. Megmutatjuk, hogy közöttük legalább 6 különböző szám van. Ha ugyanis a négy szám $a < b < c < d$, akkor az összegek között legalább 5 különböző van, hiszen: $a + b < a + c < a + d < b + d < c + d$. A szorzatok között pedig megmutatjuk, hogy vagy van olyan szám, amely nagyobb $c + d$ -nél, vagy van olyan, amely kisebb $a + b$ -nél.

Ha $a \geq 0$, akkor $b \geq 1$, $c \geq 2$, $d \geq 3$, így $cd \geq 2d > c + d$.

Ha $a < 0$ és $d \geq 2$, akkor $ad \leq 2a < a + b$.

Ha $a < 0$ és $d \leq 1$, akkor $c \leq 0$, $b \leq -1$, $a \leq -2$, és $ab \geq 2 > c + d$.

Így (A) válasz nem jó.

Ha a négy szám $-1, 0, 1, 2$, akkor a táblára 6 különböző szám kerül: $-2, -1, 0, 1, 2$ és 3 .

Ha a négy szám 0, 1, 2, 3, akkor a táblára 7 különböző szám kerül: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

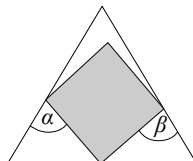
Ha a négy szám 0, 1, 2, 4, akkor a táblára 8 különböző szám kerül: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8.

Ha a négy szám 1, 2, 3, 5, akkor a táblára 9 különböző szám kerül: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 15.

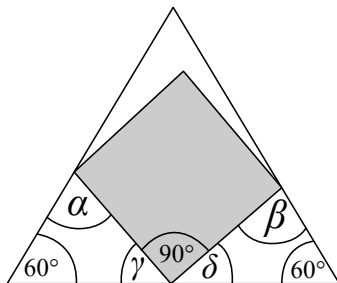
Helyes válasz(ok): B, C, D, E

11. Egy szabályos háromszögbe négyzetet írtunk az ábra szerint. A háromszög mindegyik oldalára a négyzet egy-egy csúcsa illeszkedik. Hány fok lehet $\alpha + \beta$ értéke?

(A) 105° (B) 120° (C) 135° (D) 150° (E) 165°



Megoldás: Használva a lenti ábra jelöléseit: $\gamma + \delta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.



Mivel $(\alpha + 60^\circ + \gamma) + (\beta + 60^\circ + \delta) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$,

vagyis

$\alpha + \beta + 60^\circ + 60^\circ + (\gamma + \delta) = \alpha + \beta + 120^\circ + 90^\circ = \alpha + \beta + 210^\circ = 360^\circ$,

ezért $\alpha + \beta = 150^\circ$.

Helyes válasz(ok): D

12. A táblán van tíz különböző szám, ezeket zölddel írtuk. Kiszámolom ezek összes páronkénti összegét. Ezeket pirossal írom a táblára. A piros számok között kétszer szerepel a 20, és kétszer szerepel a 26. Összesen hányszor szerepelhet a piros számok között a 30?

(A) 1-szer (B) 2-szer (C) 3-szor (D) 4-szer (E) 6-szor

Megoldás: Ha két különböző szám összege 20, akkor az egyik szám annnyival kisebb a 10-nél, amennyivel nagyobb 10-nél a másik szám. Két számpárban a két szám összege 20, így a két számpár a számegyenesen úgy helyezkedik el, hogy mindegyik számpárban a két szám között félúton a 10 áll.

A zöld számok között van két számpár, melyekben a két szám között félúton a 13 áll.

Ha a 10 körül szimmetrikusan elhelyezkedő 4 szám különbözik a 13 körüli, a 13-ra szimmetrikus 4 számtól, akkor a tíz számból már csak két szám van

megkötöttségek nélkül. Ezek lehetnek szimmetrikusak a $\frac{30}{2} = 15$ -re. Tehát a piros számok között a 30 szerepelhet egyszer. Egy példa erre: 9, 11, 8, 12, 10, 16, 6, 20, 5, 25.

A 10 és a 13 körüli szimmetrikus helyzetű számok megválaszthatók úgy is, hogy a piros számok között a 30 többször is szerepeljen.

Kétszer szerepel a 30, ha a 10 körül választom a 9 és 11-et (összegük 20), és a 11-hez választom még a 19-et, így ennek a kettőnek az összege 30. A 10 körül még 8 és 12-t (összegük 20), és a 12-höz 18-at, ezek összege is 30. A most választott tíz szám az előzőtől csak az utolsó két számban tér el: 9, 11, 8, 12, 10, 16, 6, 20, 19, 18.

Háromszor szerepel a 30, ha a választott számok: 9, 11, 8, 12, 21, 5, 16, 6, 20, 19, 18. Ekkor a 30-at a 9, 21, a 11, 19, és a 12, 18 számpárokból kapjuk.

Négyszer szerepel a 30, ha a választás: 9, 11, 8, 12, 21, 5, 16, 4, 22, 19, 18. Itt a 30-at a 9, 21, a 11, 19, a 8, 22, és a 12, 18 számpárokból kapjuk.

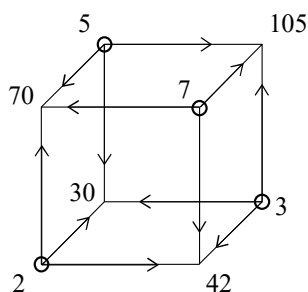
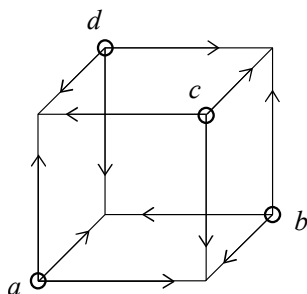
Hatszor nem lehet, hiszen akkor volna 6 számpár, melyekben a két szám összege 30. A számpárokból nincsenek azonos számok, ezért tizenkét számra volna szükség, de csak tíz számunk van.

Helyes válasz(ok): A, B, C, D

13. Egy kocka csúcsaiba különböző pozitív egész számokat írtam úgy, hogy mindegyik élen két olyan szám van, melyek közül az egyik osztója a másiknak. Továbbá, ha két olyan számot választok a csúcsokról, melyek nem egy közös élen vannak, azokra nem teljesül, hogy egyik osztója a másiknak. Ha a számok közül hét szám kisebb 100-nál, akkor az alábbiak közül melyik szerepelhet ezen a kockán?

(A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 42 (E) 60

Megoldás: Válasszuk ki az egyik élt, a rajta lévő számok legyenek a és b , ahol b osztója a -nak. Válasszuk ki az egyik b -vel szomszédos csúcsot, legyen ezen a c szám. Ha c osztója b -nek, akkor az előbbi miatt c osztója a -nak is. Azonban a és c nem ugyanazon az élen van, így ez az oszthatóság nem teljesülhet, tehát c nem lehet osztója b -nek, így csak az fordulhat elő, hogy b osztója c -nek. Ez a megfigyelés azt jelenti, hogy a kocka bármelyik csúcsa kétféleképpen viselkedhet: ha egy élen a nyíl az osztótól a többszöröshöz mutat, akkor a csúcsra illeszkedő mindegyik élen a nyíl vagy hozzá fut be, vagy tőle fut kifelé.



Az első ábra mutatja a csúcsokba írt számok közötti oszthatóságokat. Az a , b , c , d számok páronként relatív prímek, nagyobbak 1-nél. Az olyan csúcsban, ahová a nyilak befutnak, például az a , b , c csúcsokból, ott olyan szám áll, mely többszöröse az a , b , c számoknak.

Ha az a , b , c , d számok helyébe a lehetséges legkisebb számokat, a 2, 3, 5 és 7 prímeket írjuk, akkor a kockán lévő számok közül hét kisebb 100-nál (lásd a második ábrát). Ha a második legkisebb számnegyest választjuk, ez a 2, 3, 5 és 11, akkor a kockán lévő számok közül kettő is nagyobb 100-nál, a 110 és a 165. Tehát csak a 2, 3, 5, 7 számnegyese jöhet szóba. A kocka csúcsain (a második ábrán) a feketével írt számok helyett írhatjuk azok megfelelő többszörőseit is. A 30 helyett állhat ott (100-nál kisebb!) 60 és 90, a 42 helyett 84.

Helyes válasz(ok): C, D, E

